UNIT-01	বলবিদ্যা ও বস্তুর সাধারণ ধর্ম

সিলেবাস

১. **ভেক্টরঃ**
- ভেক্টর ও স্কেলার রাশি।
- ভেক্টর যোগ ও বিয়োগ।
- ডট গুণফল ও ক্রস গুণফল।

২. **গতিবিদ্যা ও নিউটনিয় বলবিদ্যাঃ**
- পরম ও আপেক্ষিক গতি।
- নিউটনের গতিসূত্রসমূহ।
- কৌণিক ভরবেগ।
- কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রবিমুখী বল।
- জড়তার ভ্রামক।
- সংরক্ষণ সূত্র ভরবেগের ও সংঘর্ষ।

৩. **কাজ, ক্ষমতা ও শক্তিঃ**
- কাজ ও শক্তির সার্বজনীন ধারণা।
- গতিশক্তি, বিভবশক্তি।
- শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি, ক্ষমতা ও কর্মদক্ষতা।

৪. **মহাকর্ষ ও অভিকর্ষঃ**
- নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র, কেপলারের সূত্র।
- অভিকর্ষ ত্বরণ ‘g’ এর তারতম্য।
- মুক্তিবেগ।

৫. **পদার্থের গাঠনিক ধর্মঃ**
- স্থিতিস্থাপকতা, বিকৃতি ও পীড়ন।
- আর্কিমিডিসের সূত্র।
- ইয়ং এর গুণাঙ্ক নির্ণয়।
- হুকের সূত্র, স্টোকের সূত্র।
- সান্দ্রতা, পৃষ্ঠটান, পয়সনের অনুপাত।

বিগত সাল

❑ **ভেক্টরঃ**

১. স্কেলার গুণন ও ভেক্টর গুণন চিত্রসহ ব্যাখ্যা করুন। (২০১১, ২০১৪, ২০১৬, ২০১৮)

২. ভেক্টর রাশির যোগের সামন্তরিক সূত্র ব্যাখ্যা করুন। (২০১৭)

৩. অবস্থান ভেক্টর কাকে বলে? একই বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়ারত একই জাতীয় দুটি ভেক্টর রাশির লব্ধির সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান যথাক্রমে রাশি দুটির যোগফল ও বিয়োগফলের সমান। (২০১৩, ২০১৯)

৪. অবস্থান ভেক্টর কাকে বলে? একই বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়ারত এক জাতীয় দুটি ভেক্টর রাশির লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় করুন। (২০১২)

❑ গতিবিদ্যা:

৫. প্রাস কাকে বলে? দেখাও যে প্রাসের দলরেখ একটি অধিবৃত্ত। (২০১০)

৬. কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রবিমুখী বল কাকে বলে? এর রাশিমালা প্রতিপাদন করুন। (২০১০, ২০১৬, ২০১৮)

৭. ভরবেগের নিত্যতা সূত্র লিখুন এবং প্রতিপাদন করুন। (২০১৫)

৮. প্রমাণ কর যে, দুটি বস্তুর মধ্যে স্থিতিস্থাপক একমাত্রিক সংঘর্ষ হলে, এরা একে অপরকে বেগ বিনিময় করে। (২০১৩)

৯. কৌণিক ভরবেগ বলতে কি বুঝ? (২০১৫, ২০১৮, ২০১৯)

১০. জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ কাকে বলে? (২০১২, ২০১৮)

১১. জড়তার ভ্রামক সংক্রান্ত লম্ব এবং সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য ব্যাখ্যা করুন। (২০১০, ২০১৭)

১২. টর্ক কাকে বলে? টর্ক এবং কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করুন। অথবা, প্রমাণ করুন $\tau = I \propto$. (২০১১, ২০১২)

❑ কাজ, ক্ষমতা, শক্তি:

১৩. শক্তির সংরক্ষণ সূত্র লিখুন এবং সরল দোলকের ক্ষেত্রে তা প্রমাণ করুন। (২০১২, ২০১৮, ২০১৯)

১৪. ধ্রুব বলের ক্ষেত্রে কাজ শক্তি উপাদ্য ব্যাখ্যা করুন। (২০১৪, ২০১৮)

১৫. পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে শক্তির নিত্যতা সূত্রটি প্রমাণ করুন। (২০১৭)

১৬. সংরক্ষণশীল বল কি? পরিবর্তনশীল বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ বের করুন। (২০১১, ২০১৩, ২০১৬)

❑ মহাকর্ষ:

১৭. মুক্তিবেগ কাকে বলে? মুক্তিবেগের রাশিমালা নির্ণয় করুন। (২০১০, ২০১৪, ২০১৬, ২০১৭, ২০১৮)

১৮. ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় g এর মান নির্ণয় করুন। (২০১৭)

১৯. দেখাও যে, পৃথিবীর কেন্দ্রে g এর মান শূন্য। (২০১৫)

২০. ভূ-পৃষ্ঠ হতে নিচে গেলে g এর মান নির্ণয় করুন। (২০১২)

২১. পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য g এর মানের পরিবর্তন আলোচনা করুন। (২০১২)

২২. কেপলারের সূত্র ব্যাখ্যা করুন। (২০০৯)

২৩. কেপলারের সূত্র থেকে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র প্রতিপাদন করুন। (২০১৫)

২৪. মহাকর্ষ সূত্র থেকে কেপলারের সূত্র প্রতিপাদন করুন।

❑ পদার্থের গাঠনিক ধর্ম:

২৫. প্রমাণ কর যে, $Y = 3k(1-26)$, প্রচলিত অর্থ বহন করে। (২০১১, ২০১৬, ২০১৮)

২৬. দেখাও যে, একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি = $\frac{1}{2}$ পীড়ন × বিকৃতি। (২০১০)

২৭. দেখাও যে, পয়সনের অনুপাত 6 এর মান -1 এবং $+\frac{1}{2}$ এর মধ্যে সীমাবদ্ধ। (২০১২)

২৮. সান্দ্রতা কাকে বলে? তরল গতির ধারাবাহিকতা সমীকরণ প্রতিপাদন করুন। (২০১৪, ২০১৯)

২৯. স্পর্শ কোণ কী? পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তির মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করুন। (২০১১, ২০১৮, ২০১৯)

৩০. পৃষ্ঠটান কাকে বলে? পৃষ্ঠটানের আণবিক মতবাদ ব্যাখ্যা করুন। (২০১৭)

৩১. কৌশিক নলে তরলের উত্থানের ফলে পৃষ্ঠটানের রাশি নির্ণয় করুন। (২০১০)

যে সকল প্রশ্ন দ্বারা এই অধ্যায় সাজানো হয়েছেঃ

১। স্কেলার গুণফল এবং ভেক্টর গুণফল কাকে বলে? (২০২৩)

২। স্কেলার গুণফল ও ভেক্টর গুণফলের মধ্যে পার্থক্য লিখুন।

৩। ভেক্টর রাশি ও স্কেলার রাশির মধ্যে পার্থক্য লিখুন।

৪। দুটি ভেক্টরের যোগের সূত্র উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

৫। দুটি ভেক্টরের ত্রিভুজ সূত্র ও বহুভুজ সূত্র উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

৬। দুটি ভেক্টরের বিয়োগ সূত্র উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

৭। দুটি ভেক্টরের সামান্তরিকের সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা করুন এবং লব্ধি মান ও দিক নির্ণয় করুন। (২০১৭)

৮। দেখাও যে, লব্ধির সর্বোচ্চ মান ভেক্টরদ্বয়ের মানের যোগফলের সমান এবং সর্বনিম্ন মান ভেক্টরদ্বয়ের মানের বিয়োগফলের সমান। (২০১৩, ২০১৯)

৯। দেখাও যে, একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুটি ভেক্টর রাশির মান সমান হলে এদের লব্ধি ভেক্টর রাশিদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

১০। সংজ্ঞা লিখুন: দ্রুতি, সুষম বেগ, অসমবেগ, মধ্যবেগ, প্রকৃত বেগ, আপেক্ষিক বেগ।

১১। নিউটনের গতির সূত্রসমূহ উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

১২। প্রাস কাকে বলে? প্রাসের চলরেখ একটি অধিবৃত্ত বা প্যারাবোলা। (২০১০)

১৩। রৈখিক দ্রুতি ও কৌণিক দ্রুতির মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করুন। $V=\omega r$

১৪। রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করুন। $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

১৫। কেন্দ্রমুখী ত্বরণ এবং কেন্দ্রমুখী বল কাকে বলে। কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বা বলের রাশিমালা প্রতিপাদন করুন। (২০১০, ২০১৬, ২০১৮)

১৬। ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র লিখুন এবং প্রতিপাদন করুন। (২০১৫)

১৭। দেখাও যে, সমান ভরের দুটি বস্তুর মধ্যে স্থিতিস্থাপক একমাত্রিক সংঘর্ষ হলে, এরা একে অপরকে বেগ বিনিময় করে। (২০১৩)

১৮। দেখাও যে, $\vec{F} = \sum m\vec{a}$, এখানে সংকেতগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। (২০১৩)

১৯। ১টি অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান দৃঢ় বস্তুর গতিশক্তির রাশিমালা নির্ণয় করুন। (২০১২, ২০১৮)

অথবা, দেখাও যে, দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামক তার গতিশক্তির দ্বিগুণ।

২০। জড়তার ভ্রামক এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ কাকে বলে? (২০১২, ২০১৮)

২১। জড়তার ভ্রামক সম্পর্কিত লম্ব অক্ষ উপপাদ্য ব্যাখ্যা এবং প্রমাণ করুন। (২০১০)

২২। জড়তার ভ্রামক সংক্রান্ত সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য ব্যাখ্যা এবং প্রমাণ করুন। (২০১৭)

২৩। একটি বৃত্তাকার চাকতির কেন্দ্রগামী লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামকের রাশিমালা নির্ণয় করুন। (২০১০)

২৪। নিজ অক্ষের সাপেক্ষে একটি নিরেট সিলিন্ডারের জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করুন। (২০১১)

২৫। ১টি সরু ও সুষম দন্ডের দৈর্ঘ্যে মধ্য দিয়ে এবং দৈর্ঘ্যের লম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করুন।

২৬। একটি সরু ও সুষম দন্ডের এক প্রান্ত দিয়ে জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করুন।

২৭। টর্ক কাকে বলে? টর্ক ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করুন। $\tau = I\alpha$ (২০১৭)

২৮। কৌণিক ভরবেগ কাকে বলে? কৌণিক ভরবেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করুন । $L = I\omega$

২৯। কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র লিখুন। (২০০৯)

৩০। প্রমাণ কর যে, কোনো কণিকার কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার তার উপর প্রযুক্ত টর্কের সমান। (২০০৯, ২০১১)

৩১। সংরক্ষণ বল কী? পরিবর্তনশীল বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ বের করুন। $W = \int \vec{F}.\vec{ds}$

(২০১১, ২০১৩, ২০১৬)

৩২। স্প্রিং বল দ্বারা কৃত কাজের হিসাব নির্ণয় করুন।

৩৩। মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজের হিসাব নির্ণয় করুন।

৩৪। শক্তি, যান্ত্রিক শক্তি, গতিশক্তি কাকে বলে। প্রমাণ কর যে, $\mathbf{W}=\frac{1}{2}\mathbf{mv}^2$

অথবা, গতিশক্তি ও ভরবেগের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করুন।

৩৫। ধ্রুব বলের জন্য কাজ শক্তি উপপাদ্য ব্যাখ্যা করুন। (২০১৪, ২০১৮, ২০২৩)

পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজের পরিমাণ ব্যাখ্যা করুন।

৩৬। বিভব শক্তি বা স্থিতি শক্তি কাকে বলে। শক্তির নিত্যতা বা সংরক্ষণশীলতা নীতি লিখুন। (২০১২,২০১৮, ২০১৯)

৩৭। যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা লিখুন। অভিকর্ষের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা ব্যাখ্যা বা প্রমাণ করুন। (২০১৭)

৩৮। সরণ দোলকের ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা ব্যাখ্যা করুন। (২০১৯, ২০১৮, ২০১২)

৩৯। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা করুন।

৪০। ভূপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় কোন বিন্দুতে g এর মান নির্ণয় করুন। (২০১১, ২০১২, ২০১৭)

৪১। পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোন স্থানে g এর মান অথবা দেখাও যে, পৃথিবীর কেন্দ্রে g এর মান শূন্য। (২০১৫)

৪২। পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য g এর মান আলোচনা করুন। (২০১২)

৪৩। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র কাকে বলে? মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে প্রাবল্যের রাশিমালা নির্ণয় করুন।

৪৪। মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে? এর রাশিমালা প্রতিপাদন করুন। (২০১৪)

৪৫। মুক্তিবেগ কাকে বলে? মুক্তিবেগের রাশিমালা প্রতিপাদন করুন। (২০১০, ২০১৪, ২০১৭, ২০১৮)

৪৬। গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্র ব্যাখ্যা করুন। (২০০৯, ২০২৩)

৪৭। কেপলারের সূত্র হতে মহাকর্ষ সূত্র প্রতিপাদন করুন। (২০১৫)

৪৮। মহাকর্ষ সূত্র থেকে কেপলারের সূত্র প্রতিপাদন করুন।

৪৯। সংজ্ঞা লিখুন: স্থিতিস্থাপকতা, স্থিতিস্থাপক সীমা, পীড়ন, বিকৃতি।

৫০। হুকের সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা করুন।

৫১। Young modulus এবং দৃঢ়তার গুণাঙ্ক (modulus of ridily) ব্যাখ্যা করুন।

৫২। পয়সনের অনুপাত কাকে বলে এবং ব্যাখ্যা করুন? এবং দেখাও যে, $-1 < \sigma < {}^1/_2$ (২০১২)

৫৩। প্রমাণ কর যে, সঞ্চিত শক্তি $\mathbf{U}=\frac{1}{2}\times$পীড়ন $\times$ বিকৃতি। (২০১০)

৫৪। পৃষ্ঠটান কাকে বলে? পৃষ্টটানের আণবিক তত্ত্ব ব্যাখ্যা করুন। (২০০৯, ২০১১)

৫৫। পৃষ্ঠশক্তি কাকে বলে? পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তির মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করুন। (২০১২, ২০১৮, ২০১৯)

৫৬।স্পর্শ কোণ কাকে বলে? কৌশিক নলে তরলের উত্থানের ফলে পৃষ্ঠটানের রাশিমালা নির্ণয় করুন। (২০১০)

৫৭। সান্দ্রতা কাকে বলে? তরল গতির ধারাবাহিকতার সমীকরণ প্রতিপাদন করুন।

অথবা, বেগের গতির সান্দ্রতা ক্ষেত্রে নিউটনের সূত্র লিখুন।

অথবা, প্রবাহীর সান্দ্রতা সহগ সম্পর্কে আলোচনা করুন এবং মাত্রা সমীকরণ বের করুন।

৫৮। সান্দ্রতার উপর তাপমাত্রা ও চাপের প্রভাব লিখুন।

৫৯। আর্কিমিডিসের সূত্র উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

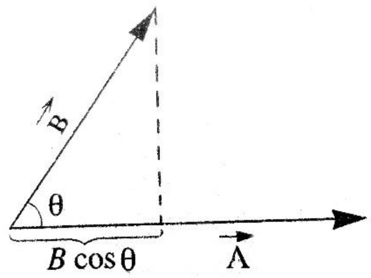
৬০। স্টোকসের সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা করুন।

৬১। ইয়ং এর গুণাঙ্ক নির্ণয়ে যেকোন একটি পদ্ধতি বর্ণনা করুন।

ভেক্টর

প্রশ্ন-১: স্কেলার গুণফল এবং ভেক্টর গুণফল কাকে বলে? (২০২৩)

উত্তর: স্কেলার গুণফল: দুটি ভেক্টরের যে গুণনে একটি স্কেলার রাশি পাওয়া যায় তাকে ভেক্টরদ্বয়ের স্কেলার গুনন বলে। ভেক্টরদ্বয়ের মান ও তাদের মধ্যবর্তী ক্ষুদ্রতম কোণের cosine এর গুণফলকে স্কেলার গুণফল বা ডট গুণফল বলে।



ব্যাখ্যা:

$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যবর্তী কোণ θ হলে সংজ্ঞানুসারে

$$\vec{A}.\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\ \theta$$

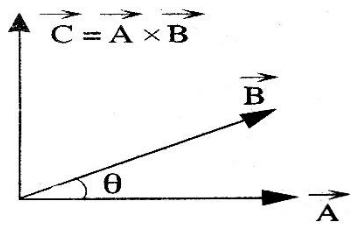
$\Rightarrow\ \vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta$ (যখন $0 \le \theta \le \pi$)

কিন্তু Bcosθ হচ্ছে A এর দিকে B এর উপাংশ বা $\vec{A}$ এর উপর $\vec{B}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ। একইভাবে Acosθ হচ্ছে B এর দিকে A এর উপাংশ।

সুতরাং যে কোন দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল বলতে আমরা যে একটি ভেক্টরের মান এবং সেই ভেক্টরের দিকে অপর ভেক্টরের উপাংশের বা সেই ভেক্টরের ওপর অপর ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপের গুণফলকে বুঝি।

উদাহরণ:

বল $\vec{F}$ এবং $\vec{S}$ এর স্কেলার গুণফল কাজ $W = \vec{F}.\vec{S} = FS\cos\theta$ স্কেলার রাশি।



ভেক্টর গুণফল: দুটি ভেক্টরের যে গুণনে একটি ভেক্টর রাশি পাওয়া যায় তাকে ভেক্টরদ্বয়ের ভেক্টর গুণন বলে।

ভেক্টরদ্বয়ের মান এবং তাদের মধ্যবর্তী ক্ষুদ্রতম কোণের sine এর গুণফলকে ভেক্টর গুণফলের মান বলে।

ব্যাখ্যা:

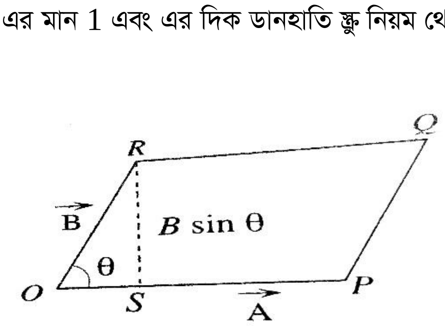
$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর অন্তর্ভূক্ত কোণ θ হলে আমরা $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর ভেক্টর গুণফলে যে নতুন ভেক্টর পাই-

$$\vec{C} = \vec{A}\times\vec{B} \Rightarrow \hat{n}|\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta\ \ (0 \le \theta \le \pi)$$

$\Rightarrow$ C = AB sinθ

এখানে $\hat{n}$ একটি একক ভেক্টর যা $\vec{C}$ এর দিক নির্দেশ করে। এই $\hat{n}$ এর মান 1 এবং এর দিক ডানহাতি স্ক্রু নিয়ম থেকে পাওয়া যায়।

কিন্তু Bsinθ হচ্ছে $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$ কে সন্নিহিত বাহু ধরে অঙ্কিত OPQR সামন্তরিকের উচ্চতা।



$\therefore$ C = AB sinθ

= OP × OR sinθ

= OP × OR × $\frac{RS}{OR}$

= A × h

= সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল

সুতরাং দুটি ভেক্টর রাশির ভেক্টর গুণফলের মান ভেক্টর দুটিকে সন্নিহিত বাহু ধরে কল্পিত সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল সমান।

উদাহরণঃ

টর্ক $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$= \hat{n} rF \sin\theta$

$\therefore \tau = rF \sin\theta$

প্রশ্ন-২: স্কেলার গুণফল ও ভেক্টর গুণফলের মধ্যে পার্থক্য লিখুন।

উত্তরঃ

স্কেলার গুণফল	ভেক্টর গুণফল
• স্কেলার গুণফল একটি স্কেলার রাশি। এর কোন দিক নেই।	• ভেক্টর রাশি। ডানহাতি স্ক্রু নিয়ম থেকে দিক পাওয়া যায়।
• $C = AB \cos\theta$	• $C = AB \sin\theta$
• বিনিময় সূত্র মেনে চলে।	• বিনিময় সূত্র মেনে চলে মানে না।
• ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব হলে স্কেলার গুণফল শূন্য হয়।	• সমান্তরাল হলে শূন্য হয়।

প্রশ্ন-৩: ভেক্টর রাশি ও স্কেলার রাশির মধ্যে পার্থক্য লিখুন।

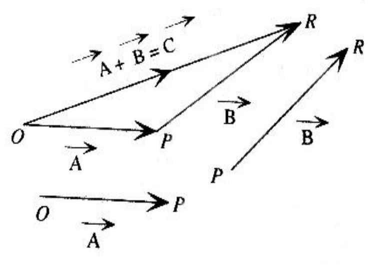
উত্তরঃ

স্কেলার রাশি	ভেক্টর রাশি
• প্রকাশ করার জন্য দিকের প্রয়োজন হয় না। দৈর্ঘ্য, ভর, দ্রুতি।	• উভয় লাগে। সরণ, বেগ, ওজন।
• মানের পরিবর্তন হলে স্কেলার রাশির পরিবর্তন হয়।	• উভয়ের পরিবর্তন লাগে।
• যোগ, বিয়োগ......সাধারণ গণিতের সূত্র মেনে চলে।	• গাণিতিক নিয়মে হয় না। ভেক্টর বীজগণিতের নিয়মানুসারে হয়।
• দুটি স্কেলার রাশির গুণফল সর্বদা স্কেলার রাশি হয়।	• স্কেলার বা ভেক্টর হতে পারে।

প্রশ্ন-৪: দুটি ভেক্টরের যোগের সূত্র উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

উত্তরঃ যোগের সূত্রঃ দুটি ভেক্টরের যোগের ক্ষেত্রে একটি ভেক্টরের শীর্ষবিন্দুতে অপর ভেক্টরের পাদবিন্দু স্থাপন করে প্রথম ভেক্টরের পাদবিন্দু থেকে ২য় ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু যোগ করলে যে সরলরেখা পাওয়া যায় তার দৈর্ঘ্য ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির মান নির্দেশ করে।

লব্ধির দিক হয় প্রথম ভেক্টরের পাদবিন্দু হতে ২য় ভেক্টরের শীর্ষ বিন্দুর দিকে।



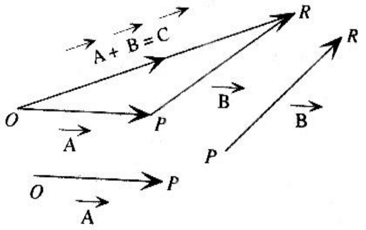
ব্যাখ্যাঃ

এখানে $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$ দুটি ভেক্টর। $\vec{A}$ ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু $\vec{B}$ ভেক্টরের পাদবিন্দুর সাথে মিলিত হয়েছে। এই দুটি ভেক্টরের লব্ধির মান $\vec{C}$ হচ্ছে $\vec{A}$ ভেক্টরের পাদবিন্দু হতে $\vec{B}$ ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু পর্যন্ত দাগ টানলে যে সরলরেখা পাওয়া যায়।

এভাবেই দুটি ভেক্টরের যোগ করা যায়।

প্রশ্ন-৫: দুটি ভেক্টরের ত্রিভুজ সূত্র ও বহুভুজ সূত্র উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

উত্তর: ত্রিভুজ সূত্র: যদি কোন ত্রিভুজের সন্নিহিত দুটি বাহু একইক্রমে দুটি একই জাতীয় ভেক্টরকে নির্দেশ করে, তাহলে ত্রিভুজের ৩য় বাহুটি বিপরীতক্রমে ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করবে।



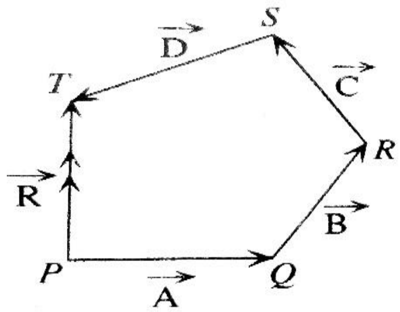
ব্যাখ্যা: চিত্রে OP, PR এবং RO হচ্ছে ক্রমানুসারে OPR ত্রিভুজের তিনটি বাহু। চিত্রে OP এবং PR একইক্রমে দুটি ভেক্টর $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$ কে নির্দেশ করছে।

ত্রিভুজের সুত্রানুসারে, ৩য় বাহুটি বিপরীতক্রমে অর্থাৎ OR ভেক্টর দুটির লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করবে।

সুতরাং, $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PR}=\overrightarrow{OR}$

বা, $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$ এটাই ত্রিভুজ সূত্র।

বহুভুজ সূত্র: দুইয়ের বেশি ভেক্টরের ক্ষেত্রে ১ম ভেক্টরের শীর্ষবিন্দুতে ২য় ভেক্টরের পাদবিন্দু, ২য় ভেক্টরের শীর্ষবিন্দুতে ৩য় ভেক্টরের পাদবিন্দু দিয়ে একইক্রমে ভেক্টরগুলোকে সাজিয়ে ১য় ভেক্টরের পাদবিন্দু এবং শেষ ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু যোগ করে একটি বহুভুজ তৈরি করলে বহুভুজের শেষ বাহুটি বিপরীতক্রমে ভেক্টরগুলোর লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করে।



ব্যাখ্যা: চিত্রে PQRST একটি পঞ্চভুজ। একইক্রমে এর চারটি বাহু PQ, QR, RS এবং ST চারটি ভেক্টর $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ এবং $\vec{D}$ কে নির্দেশ করে। একই ক্রমে এই বহুভুজের শেষ বাহু TP।

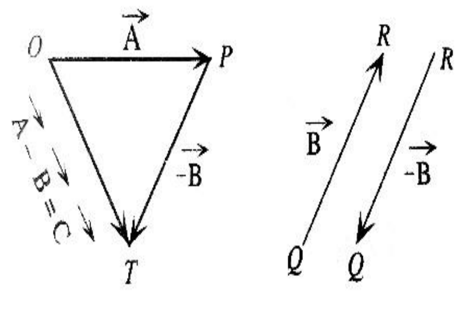
বহুভুজ সুত্রানুসারে, শেষ বাহুটি বিপরীতক্রমে অর্থাৎ PT ভেক্টর চারটির লব্ধির মান $\vec{R}$ ও দিক নির্দেশ করে।

সুতরাং, $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{RS}+\overrightarrow{ST}=\overrightarrow{PT}$

বা, $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}=\vec{R}$ এটাই বহুভুজ সূত্র।

প্রশ্ন-৬: দুটি ভেক্টরের বিয়োগ সূত্র উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

উত্তর: বিয়োগের সূত্র: দুটি ভেক্টরের বিয়োগের ক্ষেত্রে প্রথম ভেক্টরের শীর্ষবিন্দুতে যে ভেক্টরটি বিয়োগ করতে হবে তার ঋণাত্মক ভেক্টরের পাদবিন্দু স্থাপন করে প্রথম ভেক্টরের পাদবিন্দু থেকে ঋণাত্মক ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু যোগ করলে যে সরলরেখা পাওয়া যায় তার দৈর্ঘ্য ভেক্টরদ্বয়ের বিয়োগফলের মান নির্দেশ করে।



বিয়োগফলের দিক হয় প্রথম ভেক্টরের পাদবিন্দু থেকে ঋণাত্মক ভেক্টরের শীর্ষবিন্দুর দিকে।

ব্যাখ্যা: চিত্র হতে, $OP=\vec{A}, PT=-\vec{B}$ এবং $\vec{C}$ ভেক্টর নির্ণয়ের জন্য $\vec{A}$ ভেক্টরের পাদবিন্দু এবং $-\vec{B}$ ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু যোগ করা হয়।

অর্থাৎ $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PT}=\overrightarrow{OT}$

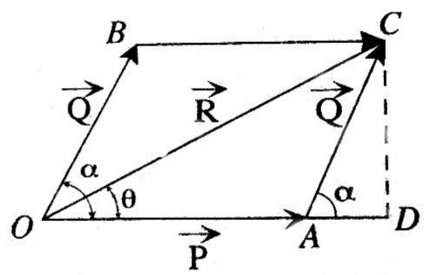
বা, $\vec{A}+(-\vec{B})=\vec{C}$

বা, $\vec{A}-\vec{B}=\vec{C}$ এটাই বিয়োগের সূত্র।

প্রশ্ন-৭: সামান্তরিকের সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা করুন এবং লব্ধি মান ও দিক নির্ণয় করুন। (২০১৭)

উত্তর: সামান্তরিকের সূত্র :

যদি একটি সামান্তরিকের কোন কৌণিক বিন্দু থেকে অঙ্কিত দুটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা কোন কণার উপর এককালীন ক্রিয়াশীল একই জাতীয় দুটি ভেক্টরের মান ও দিক নির্দেশ করা যায়, তাহলে ঐ বিন্দু থেকে অঙ্কিত সামান্তরিকের কর্ণটি ভেক্টর দুটির মিলিত ফলের বা লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করে।



ব্যাখ্যা: চিত্রে O বিন্দুতে $\overline{OA}=\vec{P}$ এবং $\overline{OB}=\vec{Q}$ দুটি ভেক্টর ক্রিয়া করছে। OA এবং OB কে সন্নিহিত বাহু ধরে OACB সামান্তরিকটি অঙ্কন করা হয়েছে।

এখন সূত্রানুসারে কর্ণ OC-ই OA এবং OB এর লব্ধি নির্দেশ করে।

অর্থাৎ $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}$

বা, $\vec{P}+\vec{Q}=\vec{R}$ এটাই সামান্তরিক সূত্র।

লব্ধির মান নির্ণয়: চিত্রে $\overrightarrow{OA}$ এবং $\overrightarrow{OB}$ রেখা দুটি $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর মান ও দিক নির্দেশ করছে এবং $\angle BOA=\alpha$ । এখন OACB সামান্তরিকটি সম্পূর্ণ করলে কর্ণ OC, $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করবে।

এখন C বিন্দু হতে OA এর বর্ধিত অংশের উপর CD লম্ব টাকা হল যেটা D বিন্দুতে ছেদ করে। অতএব, $\angle CAD = \alpha$ (একান্তর কোণ)।

এখন ODC সমকোণী ত্রিভুজ থেকে

$$OC^2 = OD^2+CD^2$$

$\Rightarrow OC^2 = (OA+AD)^2+CD^2$..................(i)

এখন ADC সমকোণী ত্রিভুজ বিবেচান করে ত্রিকোণমিতি থেকে পাই,

$$\sin\alpha=\frac{CD}{AC}\Rightarrow CD=AC\sin\alpha$$

$\therefore$ CD = Q sinα [$\because$ AC= OB= Q]

এবং $\cos\alpha=\frac{AD}{AC}\Rightarrow AD=AC\cos\alpha$

$\therefore AD=Q\cos\alpha$

এখন (i) নং সমীকরণে মান বসিয়ে পাই,

$$OC^2=(P+Q\cos\alpha)^2+(Q\sin\alpha)^2 \qquad [\because OA=P]$$

$$\Rightarrow OC^2=P^2+2PQ\cos\alpha+Q^2\sin^2\alpha+Q^2\cos^2\alpha$$

$$\Rightarrow OC^2=P^2+2PQ\cos\alpha+Q^2(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)$$

$$\Rightarrow OC^2=P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha \quad [\sin^2+\cos^2\alpha=1]$$

$$\Rightarrow R^2=P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha$$

$\therefore\ R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$ এটাই লব্ধির মান

লব্ধির দিক: লব্ধির R যদি P এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে তাহলে ODC সমকোণী ত্রিভুজ থেকে

$$\tan\theta=\frac{CD}{OD}=\frac{CD}{OA+AD}$$

$$\therefore\ \tan\theta=\frac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}$$ [মান বসিয়ে]

এই সমীকরণের মাধ্যমে লব্ধির দিক নির্ণয় করা যায়।

প্রশ্ন-৮: দেখাও যে, লব্ধির সর্বোচ্চ মান ভেক্টরদ্বয়ের মানের যোগফলের সমান এবং সর্বনিম্ন মান ভেক্টরদ্বয়ের মানের বিয়োগফলের সমান। (২০১৩, ২০১৯)

উত্তর: সর্বোচ্চ মান: লব্ধির সমীকরণ থেকে আমরা জানি,

লব্ধি $R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ+\cos\alpha}$

লব্ধির মান সর্বোচ্চ হবে যখন cosα=1 অথবা α=0 হবে। অর্থাৎ ভেক্টর দুটির লব্ধির মান সর্বোচ্চ হয় যখন ভেক্টর দুটির অন্তর্ভূক্ত কোণ 0^0 হয় অর্থাৎ ভেক্টরদ্বয় একই দিকে ক্রিয়া করে।

$\therefore$ লব্ধির সর্বোচ্চ মান

$$R^2{}_{\max}=P^2+Q^2+2PQ\cos0^0$$

$$\Rightarrow R^2{}_{\max}=P^2+Q^2+2PQ$$

$$\Rightarrow R^2{}_{\max}=(P+Q)^2$$

$$\therefore\ R_{\max}=P+Q$$

$\therefore$ ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির সর্বোচ্চ মান ভেক্টরদ্বয়ের মানের যোগফলের সমান।

সর্বনিম্ন মান:

$R^2{}_{\min}=P^2+Q^2+2PQ\cos180^0$ [যখন $\cos\alpha=-1$ বা, α= 180^0 হবে]

$$\Rightarrow R^2{}_{\min}=P^2+Q^2-2PQ=(P-Q)^2$$

$\therefore$ R_{min}= P~Q

$\therefore$ ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির সর্বনিম্ন মান ভেক্টরদ্বয়ের মানের বিয়োগফলের সমান।

সুতরাং আমরা বলতে পারি,

(i) <u>α=0 হলে অথবা ভেক্টর দুটি একই দিকে ক্রিয়া করলে</u>

$$R_{\max}=P+Q$$

এবং $\tan\theta=\dfrac{Q\sin0^0}{P+Q\cos0}=0$

(ii) α=180^0 হলে অথবা ভেক্টর দুটি বিপরীত ক্রিয়া করলে

$R_{\min}$ = P~Q

এবং $\tan\theta=\dfrac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}=\dfrac{0}{P-Q}=0$

(iii) α=90^0 হলে অথবা ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব হলে

$$R^2=P^2+Q^2+2PQ\cos90^0$$

$$\Rightarrow R^2 = P^2 + Q^2 \;\; \therefore R = \sqrt{P^2+Q^2}$$

এবং $\tan\theta = \dfrac{Q\sin 90^0}{P+Q\cos 90^0} = \dfrac{Q}{P}$

এবং তিনটি হচ্ছে ভেক্টর দুটি অবস্থানের তিনটি বিশেষ ক্ষেত্র।

ভেক্টরের ম্যাথ

প্রশ্ন-১: একটি বস্তুকে 50N বল দ্বারা পূর্বদিকে এবং 20N বল দ্বারা পূর্বদিকের সাথে ৬০° কোণ করে উত্তরে টানা হল। লব্ধি বলের মান ও দিক নির্ণয় কর।

সমাধান:

আমরা জানি,

$$\Rightarrow R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$$

$$\Rightarrow R^2 = 50^2 + 20^2 + 2\times 50\times 20\times\cos 60^0$$

$\therefore$ R= 62.45N

দেওয়া আছে,

১ম বলের মান, P = 50N

২য় বলের মান, Q = 20N

কোণ α= 60^0

লব্ধির মান, R=?

এখন দিক অর্থাৎ লব্ধি R যদি P এর সাথে পূর্বদিকে θ কোণ উৎপন্ন করে তাহলে

$$\tan\theta = \frac{\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha} = \frac{20\times\sin 60}{50+20\times\cos 60^0} = 0.2886$$

$$\Rightarrow \tan\theta = 0.2880 \Rightarrow \theta = \tan^{-1}(0.2886) = 16.1^0$$

উত্তর: 62.45N পূর্বদিকের সাথে 16.1^0 কোণে উত্তর দিকে।

প্রশ্ন-২: যদি $\vec{\mathbf{A}} = 6\hat{\mathbf{i}} - 3\hat{\mathbf{j}} + 2\hat{\mathbf{k}}, \vec{\mathbf{B}} = 2\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}$ হয় তবে, $\vec{\mathbf{A}}.\vec{\mathbf{B}}$ নির্ণয় কর।

সমাধান:

আমরা জানি,

$$\vec{A}.\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

$= 6\times 2 + (-3\times 2) + 2\times 1$

= 12-6+2= 8

দেওয়া আছে,

$\vec{A} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$

$\vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

প্রশ্ন-৩: $\vec{\mathbf{P}} = 2\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} - 2\hat{\mathbf{k}}$ এবং $\vec{Q} = 5\hat{\mathbf{i}} - 4\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}$ হলে, $\vec{\mathbf{P}}$ ও $\vec{Q}$ এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

সমাধান:

আমরা জানি,

$$\vec{P}.\vec{Q} = PQ\cos\theta$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{\vec{P}.\vec{Q}}{PQ} \text{ ....(i)}$$

দেওয়া আছে,

$\vec{P} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

$\vec{Q} = 5\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$

θ=?

এখন $P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2} = \sqrt{(2)^2 + (1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9} = 3$

এবং $Q = \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2 + Q_z^2} = \sqrt{(5)^2 + (-4)^2 + (1)^2} = \sqrt{42}$

এবং $\vec{P}.\vec{Q} = P_xQ_x + P_yQy + P_2Q_2 = (2\times 5) + (1\times -4) + (-2\times 1) = 10 - 4 - 2 = 4$

এখন (i) নং সমীকরণে মান বসিয়ে,

$$\cos\theta = \frac{4}{3\sqrt{42}} = 0.21 \quad \Rightarrow \theta = \cos^{-1}(0.21) = 77.9^0$$

উত্তর: 77.90^0

প্রশ্ন-৪: $\vec{\mathbf{A}} = \mathbf{2\hat{i}} + 3\hat{\mathbf{j}} - \mathbf{5\hat{k}},$ এবং $\vec{\mathbf{B}} = \mathbf{m\hat{i}} + \mathbf{2\hat{j}} + \mathbf{10\hat{k}}$ । **m এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পরের ওপর লম্ব হবে।**

সমাধান:

আমরা জানি,

$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ পরস্পর লম্ব হবে যদি $\theta=90^0$ হয়

অর্থাৎ $\cos 90^0=0$

বা, $\vec{A}.\vec{B} = A.B\cos 90^0 = 0$ হবে

দেওয়া আছে,

$\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$

$\vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 10\hat{k}$

$\therefore \ \vec{A}.\vec{B} = 0$

$\Rightarrow \ (2\times m) + (3\times 2) + (-5\times 10) = 0$

$\Rightarrow$ 2m+6-50=0

$\therefore$ m= 22

প্রশ্ন-৫: **দেখাও যে,** $\vec{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}$ **এবং** $\vec{\mathbf{B}} = \mathbf{5\hat{i}} + \mathbf{5\hat{j}} + \mathbf{5\hat{k}}$ **ভেক্টর দুটি পরস্পর সমান্তরাল।**

সমাধান: আমরা জানি, পরস্পর সমান্তরাল হওয়ার শর্ত

$\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta^0 = 0$ হবে

$$\therefore \ \vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix} = \hat{i}(5-5) - \hat{j}(5-5) + \hat{k}(5-5) = 0$$

$\therefore \ \vec{A}\times\vec{B} = 0$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-৬: **যদি,** $\vec{\mathbf{P}} = \mathbf{2\hat{i}} + \mathbf{m\hat{j}} - \mathbf{3\hat{k}}$ **এবং** $\vec{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{10\hat{i}} - \mathbf{5\hat{j}} - \mathbf{15\hat{k}}$ **পরস্পর সমান্তরাল হয় তবে m এর মান নির্ণয় কর।**

সমাধান:

সমান্তরাল হওয়ার শর্ত

$\vec{P}\times\vec{Q} = PQ\sin 0^0 = 0$ হবে

$$\therefore \vec{P}\times\vec{Q} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & m & -3 \\ 10 & -5 & -15 \end{vmatrix} 0$$

দেওয়া আছে,

$\vec{P} = 2\hat{i} + m\hat{j} - 3\hat{k}$

$\vec{Q} = 10\hat{i} - 5\hat{j} - 15\hat{k}$

m=?

$= \hat{i}(-15m-15) + \hat{j}(30-30) + \hat{k}(-10-10m)$

$= \ \hat{i}(-15m-15) + \hat{k}(-10-10m)$

সুতরাং, $\hat{i}(-15m-15) + \hat{k}(-10-10m) = 0$

এখন $\hat{i}$ এবং $\hat{k}$ এর সহগ সমীকৃত করে অর্থাৎ সমীকরণের দুই পাশের সহগ সমান বিবেচনা করে

$-15m-15=0$ বা, $m=-1$

$-10m-10=0$ বা, $m=-1$

উত্তরঃ $m=-1$

প্রশ্ন-৭ঃ $\vec{\mathbf{R}}=4\hat{\mathbf{i}}+6\hat{\mathbf{j}}+12\hat{\mathbf{k}}$ **হলে এর সমান্তরাল একক ভেক্টর নির্ণয় কর।**

সমাধানঃ

আমরা জানি,

একক ভেক্টর $\hat{r}=\frac{\vec{R}}{R}$

এখানে,

$\vec{R}=4\hat{i}-6\hat{j}+12\hat{k}$

$\hat{r}=?$

এখন $R=\sqrt{R_x^2+R_y^2+R_z^2}=\sqrt{16+36+144}=\sqrt{196}=14$

$$\therefore\ \hat{r}=\frac{4\hat{i}-6\hat{j}+12\hat{k}}{14}$$

$\hat{r}=\frac{2}{7}\hat{i}-\frac{3}{7}\hat{j}+\frac{6}{7}\hat{k}$ (**উত্তরঃ**)

প্রশ্ন-৮ঃ **যদি** $\vec{\mathbf{A}}=9\hat{\mathbf{i}}+\hat{\mathbf{j}}-6\hat{\mathbf{k}}$ **এবং** $\vec{\mathbf{B}}=4\hat{\mathbf{i}}-6\hat{\mathbf{j}}+5\hat{\mathbf{k}}$ **, তবে ভেক্টর** $\vec{\mathbf{B}}$ **এর উপর** $\vec{\mathbf{A}}$ **এর লম্ব অভিক্ষেপ এবং** $\vec{\mathbf{A}}$ **এর উপর** $\vec{\mathbf{B}}$ **এর লম্ব অভিক্ষেপ নির্ণয় কর।**

সমাধানঃ

আমরা জানি,

A.B = AB cos θ

$\therefore\ A\cos\theta=\frac{\vec{A}.\vec{B}}{B}$ ....(i)

এবং $B\cos\theta=\frac{\vec{A}.\vec{B}}{A}$ ....(ii)

এখানে,

$\vec{A}=9\hat{i}+\hat{j}-6\hat{k}$

$\vec{B}=4\hat{i}-6\hat{j}+5\hat{k}$

$\vec{B}$ এর উপর $\vec{A}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ $A\cos\theta=?$

A এর উপর B এর লম্ব অভিক্ষেপ $B\cos\theta=?$

এখন $A=\sqrt{9^2+1^2+(-6)^2}=10.86$

$B=\sqrt{(4)^2+(-6)^2+(5)^2}=8.77$

এবং $\vec{A}.\vec{B}=(9\times4)+(1\times6)+(-6\times5)=36-6-30=0$

(i) নং সমীকরণ থেকে

$$A\cos\theta=\frac{0}{8.77}=0$$

(ii) নং সমীকরণ থেকে

$$B\cos\theta=\frac{0}{1086}=0$$

ম্যাথ প্রাকটিস

১। কোন একটি বিন্দুতে একই সময় 10 N এবং 6 N মানের দুটি ভেক্টরের সাথে 60^0 কোণ ক্রিয়া করে। লব্ধি বলের মান নির্ণয় কর। [উঃ 14 N]

২। $\vec{A} = 2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 2\hat{k}$ হলে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ **এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।** [উঃ 79^0]

৩। $\vec{P} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = m\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 10\hat{k}$ । m **এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পরের ওপর লম্ব হবে?** [উঃ 27]

৪। $\vec{A} = \hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 4\hat{k}$ হলে $\vec{A} \cdot \vec{B} = ?$ [উঃ -10]

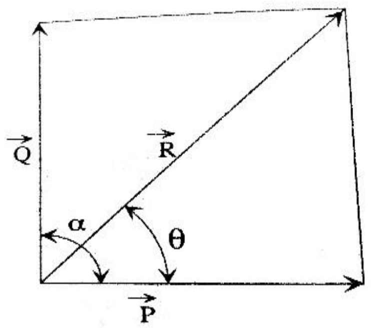
৫। $\vec{A} = \hat{\imath} - \hat{\jmath} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 6\hat{k}$ এর ভেক্টর গুনফল এবং **মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।** [উঃ $-3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} - \hat{k}$; 24.87^0]

৬। $\vec{P} = 2\hat{\imath} + m\hat{\jmath} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 6\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} - 9\hat{k}$ **পরস্পর সমান্তরাল হয় তবে m** এর মান নির্ণয় কর। [উঃ -1]

৭। $\vec{P} = \hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 3\hat{\imath} - 6\hat{\jmath} + 3\hat{k}$ হলে **দেখাও যে ভেক্টর দুটি পরস্পর সমান্তরাল।**

প্রশ্ন-৯: দেখাও যে, একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুটি ভেক্টর রাশির মান সমান হলে এদের লব্ধি ভেক্টর রাশিদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

উত্তর:



চিত্রে, $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি ভেক্টর যাদের মধ্যবর্তী কোণ α এবং এবং $\vec{P}$ ও $\vec{R}$ এর মধ্যবর্তী কোণ α হলে সামন্তিকের সূত্রানুসারে-

$$\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}$$

প্রশ্নানুসারে ভেক্টর দুটির মান সমান হলে অর্থাৎ $P = Q$ হলে

$$\tan\theta = \frac{P\sin\alpha}{P+P\cos\alpha} = \frac{P\sin\alpha}{P(1+\cos\alpha)} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \tan\frac{\alpha}{2}$$

$$\therefore \theta = \frac{\alpha}{2}$$

$\therefore$ লব্ধি ভেক্টর, ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

দ্বিতীয় সেকশন
গতিবিদ্যা ও নিউটনীয় বলবিদ্যা

প্রশ্ন-১: সংজ্ঞা লিখুন: দ্রুতি, সুষম বেগ, অসমবেগ, মধ্যবেগ, প্রকৃত বেগ, আপেক্ষিক বেগ।

উত্তর: দ্রুতি: বস্তু একক সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে দ্রুতি বলে। কোন বস্তুর বেগের মানই হচ্ছে তার দ্রুতির পরিমাপ।

সুষম বেগ: যদি কোন বস্তুর গতিকালে তার বেগের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে তাহলে সেই বস্তুর বেগকে সমবেগ বলে।

অসম বেগ: কোন বস্তুর গতিকালে যদি তার বেগের মান ও দিক বা উভয়ই পরিবর্তিত হয় তাহলে সেই বেগকে অসমবেগ বলে।

মধ্যবেগ: কোন একটি গতিশীল বস্তুর আদিবেগ ও শেষ বেগের অভিমুখ একই হলে তাদের গড়কে মধ্যবেগ বলে।

প্রকৃত বেগ: অতি অল্প সময়ে কোন একটি গতিশীল বস্তুর সরণ এবং ব্যয়িত সময়ের ভাগফলকে প্রকৃত বেগ বলে।

আপেক্ষিক বেগ: দুটি চলমান বস্তুর একটির সাপেক্ষে অপরটির অবস্থানের পরিবর্তনের হারকে আপেক্ষিক বেগ বলে।

প্রশ্ন-২: নিউটনের গতির সূত্রসমূহ উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

উত্তর: ১ম সূত্র:

বাহ্যিক বল প্রয়োগে বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন করতে বাধ্য না করলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থিরই থাকবে এবং গতিশীল বস্তু সমদ্রুতিতে সরল পথে চলতে থাকবে।

ব্যাখ্যা: যদি কোন বস্তু স্থির থাকে বা সমদ্রুতিতে সরল পথে চলে, তাহলে তার ত্বরণ শূন্য। এখন কোন বস্তুর উপর $\vec{F}_1, \vec{F}_2$...... ইত্যাদি বল প্রয়োগ করা হয় তাহলে নিট বল হবে-

$\sum \vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} .... + ...$

এখন ত্বরণ শূন্য হওয়া মানে নিট বল $\sum \vec{F}$ শূন্য হওয়া। সুতরাং ১ম সূত্রকে লিখতে পারি-

যদি কোন বস্তুর ওপর নিট বল শূন্য হয় $\left(\sum \vec{F} = 0\right)$, তাহলে বস্তুটির ত্বরণও শূন্য হবে $\left(\vec{a} = 0\right)$

২য় সূত্র: কোন বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার তার ওপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক এবং বল যেদিকে ক্রিয়া করে বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনও সেদিকে ঘটে।

 # নিউটনের গতির ২য় সূত্র হতে F=ma প্রতিপাদন করুন।

উত্তর: **<u>প্রতিপাদন</u>:** ধরা যাক, কোন বস্তুর ভর m, বেগ $\vec{v}$ এবং ভরবেগ $\vec{P}$ । এখন এই বস্তুর উপর $\vec{F}$ বল প্রযুক্ত হলে এর ভরবেগের পরিবর্তন ঘটে। এখন নিউটনের ২য় সূত্রানুসারে–

$$\frac{d\vec{P}}{dt} \propto \vec{F} \Rightarrow \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \propto \vec{F} \Rightarrow m\frac{d\vec{v}}{dt} \propto \vec{F}$$

$\Rightarrow m\vec{a} \propto \vec{F}$

$\Rightarrow m\vec{a} = k\vec{F}$ এখানে k সমানুপাতিক ধ্রুবক ....(i)

k এর মান 1 হবে যদি m= 1kg, a= $1ms^{-2}$ এবং F=1N ধরা হয়

তাহলে আমরা বলতে পারি,

$\therefore$ যে পরিমাণ বল 1 kg ভরের কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করে 1 ms^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে 1N বলে।

অর্থাৎ $1N = 1kg\ ms^{-2}$

এখন বস্তুর উপর প্রযুক্ত স্বতন্ত্র বলগুলো যদি যথাক্রমে $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$ ....ইত্যাদি হয় তাহলে নিট বল হবে

$\sum \vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + ...$

(i) নং সমীকরণকে লেখা যায় যখন অনেকগুলো বল প্রয়োগ করা হয়

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

আধুনিক পরিভাষায় বলা যায়, কোন বস্তুর ত্বরণ বস্তুর উপর প্রযুক্ত নিট বলের সমানুপাতিক।

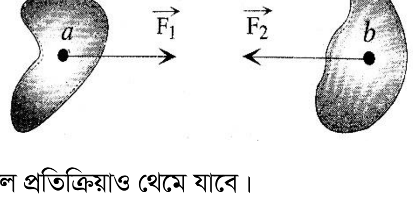
অর্থাৎ $\vec{a} \propto \sum \vec{F}$

বা, $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

নিউটনের ৩য় সূত্র: প্রত্যেক ক্রিয়ারই একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।

<u>ব্যাখ্যা</u>: ধরা যাক, a ও b দুটি বস্তু পরস্পরের উপর বল প্রয়োগ করে। ধরা যাক, $\vec{F_1}$ হল প্রথম বস্তু 'a' এর উপর ২য় বস্তু b কর্তৃক প্রযুক্ত বল এবং $\vec{F_2}$ হল ২য় বস্তু 'b' এর উপর প্রথম বস্তু a কর্তৃক প্রযুক্ত বল। এখন ৩য় সুত্রানুসারে আমরা পাই-

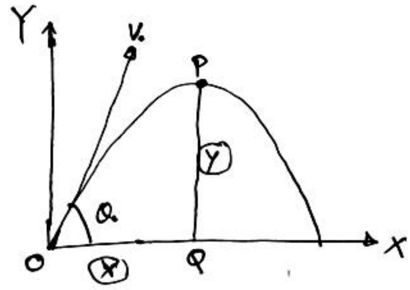
$$\vec{F_2} = -\vec{F_1}$$



অর্থাৎ বলা যায়, ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল সবসময়ই দুটি ভিন্ন বস্তু উপর ক্রিয়া করে। কখনোই একই বস্তুর উপর ক্রিয়া করে না। প্রতিক্রিয়া বলটি ততক্ষণই থাকবে যতক্ষণ পর্যন্ত ক্রিয়া বলটি থাকবে। ক্রিয়া থেমে গেলে প্রতিক্রিয়াও থেমে যাবে।

প্রশ্ন-৩: **প্রাস কাকে বলে? প্রমাণ কর যে, প্রাসের চলরেখ একটি অধিবৃত্ত বা প্যারাবোলা। (২০১০)**

উত্তর: প্রাস: কোন বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে কোন স্থানে নিক্ষেপ করা হলে তাকে প্রাস বলে।



প্রমাণ: ধরি, একটি বস্তুকে V_0 আদিবেগে অনুভূমিকের সাথে θ_0 কোণ করে নিক্ষেপ করা হলো। মনে করি বস্তুটির আদিবেগের অনুভূমিক ও উলম্ব উপাংশ যথাক্রমে

$$V_{x_0} = V_0 \cos\theta_0$$

$$V_{y_0} = V_0 \sin\theta_0$$

ধরি, নিক্ষেপের t সময় পরে নিক্ষিপ্ত বস্তুটির অবস্থান P বিন্দুতে। এখানে OQ=x, PQ=y

সুতরাং t সময়ে অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব

$$x = V_0 \cos\theta_0 t \text{ [x অক্ষ বরাবর ত্বরণ শূন্য] ....(i)}$$

$$\Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos\theta_0}$$

এবং t সময়ে অতিক্রান্ত উলম্ব দূরত্ব

$$y = v_0 \sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \text{ ....(ii)}$$

$$\Rightarrow y = v_0 \sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow y = v_0 \sin\theta_0 \frac{x}{v_0 \cos\theta_0} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos\theta_0}\right)^2 \text{ [t এর মান বসিয়ে]}$$

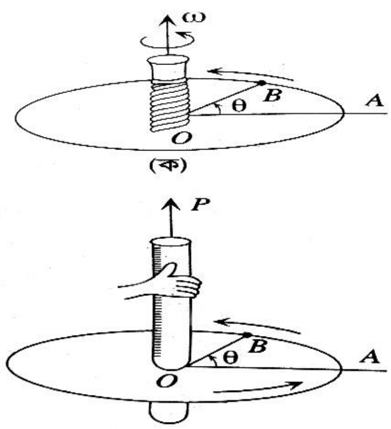
$$\Rightarrow y = \tan\theta_0 x - \frac{1}{2}\frac{gx^2}{v^2{}_0 \cos^2\theta_0}$$

$$\Rightarrow y = bx - cx^2 \text{ [ধরি, } \tan\theta_0 = b, \ \frac{1}{2}\frac{g}{v_0{}^2 \cos^2\theta_0} = c\text{]}$$

$\therefore$ y=bx-cx^2 যা একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ।

প্রশ্ন-৪: **রৈখিক দ্রুতি ও কৌণিক দ্রুতির মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করুন। V=ωr**

উত্তর: মনে করি, r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে একটি বস্তু v সমদ্রুতিতে ঘুরছে। বস্তুটির সমগ্র বৃত্তাকার পথ একবার ঘুরে আসলে 2πr রৈখিক দূরত্ব অতিক্রম করে। সময় লাগে T এবং বৃত্তের কেন্দ্রে 2π কোণ উৎপন্ন করে।



$\therefore$ রৈখিক দ্রুতি (v) হচ্ছে একক সময়ে অতিক্রান্ত রৈখিক দূরত্ব

$$v = \frac{\text{রৈখিক দূরত্ব}}{\text{সময়}}$$

$$\Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T} \text{ ....(i)}$$

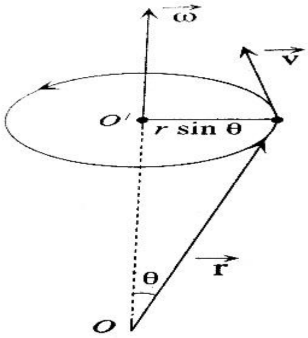
কিন্তু একক সময়ে অতিক্রান্ত কৌণিক দূরত্ব হচ্ছে কৌণিক দ্রুতি ω

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

(i) নং সমীকরণ থেকে $v = r\omega$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন-৫: রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করুন। $\vec{\mathbf{v}} = \vec{\boldsymbol{\omega}} \times \vec{\mathbf{r}}$

উত্তর:



ধরা যাক, প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে বস্তুর অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ যা ধনাত্মক z অক্ষের সাথে তথা ω দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। সুতরাং বস্তুটি যে বৃত্তাকার পথে ঘুরে তার ব্যাসার্ধ rsinθ। বস্তুটির পর্যায়কাল T হলে তার রৈখিক বেগের মান,

$$v = \frac{2\pi r\sin\theta}{T} = v = \omega r\sin\theta \;\Rightarrow \vec{v} = |\vec{\omega} \times \vec{r}\,|$$

প্রশ্ন-৬: কেন্দ্রমুখী ত্বরণ এবং কেন্দ্রমুখী বল কাকে বলে। কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বা বলের রাশিমালা প্রতিপাদন করুন। (২০১০, ২০১৬, ২০১৮)

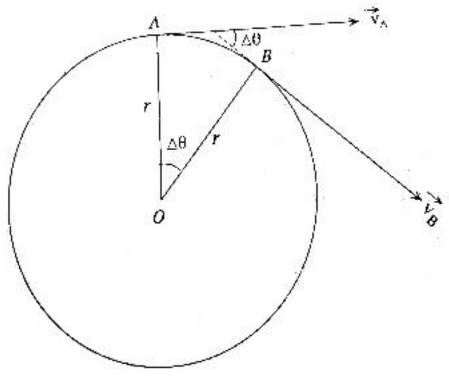
উত্তর: কেন্দ্রমুখী ত্বরণ:

সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বৃত্তাকার পথে চলমান কোন বস্তুর সময়ের সাথে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর এবং বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে বেগের পরিবর্তনের হারকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

কেন্দ্রমুখী বল:

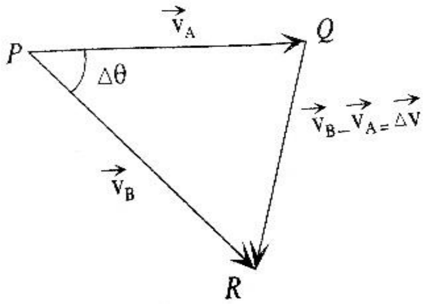
যখন কোন বস্তু একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন ঐ বৃত্তের কেন্দ্র অভিমুখে যে নিট বল ক্রিয়া করে বস্তুটিকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখে তাকে কেন্দ্রমুখী বল বলে।

বলের রাশিমালা:



ধরা যাক, m ভরের কোন বস্তু r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে V সমদ্রুতিতে চলতে চলতে কোন এক সময় A বিন্দুতে আসে। A বিন্দুতে এর বেগ $\vec{V_A}$ বৃত্তটির ঐ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর। ক্ষুদ্র সময় Δt পরে বস্তুটি B বিন্দুতে এল। এই সময় এর বেগ $\vec{V_B}$ বৃত্তের B বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর। ধরা যাক কৌণিক সরণ Δθ খুবই ছোট।

বেগের পরিবর্তন $\Delta\vec{V} = \vec{V_B} - \vec{V_A}$ কে $\overrightarrow{QR}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়েছে। যেহেতু Δθ কোনটি খুবই ছোট, কাজেই $\overrightarrow{\Delta V}$ এর অভিমুখ $\vec{V_A}$ ও $\vec{V_B}$ উভয়ের সাথে প্রায়ই লম্ব।



$$\text{চিত্র (খ) থেকে } \Delta\theta = \frac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}} = \frac{|\overrightarrow{QR}|}{\vec{V_A}} = \frac{|\overrightarrow{\Delta V}|}{V}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{\Delta V} = V\Delta\theta \,.............(i)$$

এখানে V হচ্ছে $\vec{V_A}$ এবং $\vec{V_B}$ এর মান। বস্তুটি সমদ্রুতিতে চলতে বলে উভয়ের মান সমান।

এখন কেন্দ্রমুখী ত্বরণ a হলে-

$$a = \lim_{\Delta t \leftarrow 0} \frac{|\overrightarrow{\Delta V}|}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow a = \lim_{\Delta t \leftarrow 0} \frac{V\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow a = V \lim_{\Delta t \leftarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow a = V\frac{d\theta}{dt}$$

$$\Rightarrow a = V\omega$$

$$\Rightarrow a = V.\frac{v}{r} \quad [\because v = r\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{r}]$$

$$\Rightarrow a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad [\because v^2 = r^2\omega^2]$$

$$\Rightarrow \frac{F}{m} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad [\because F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m}]$$

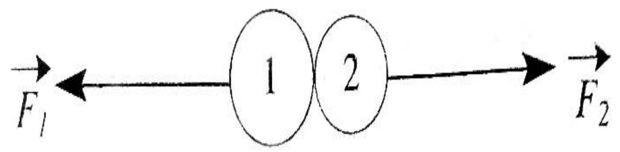
$\Rightarrow F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$ দেখানো হলো।

প্রশ্ন-৭: ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র লিখুন এবং প্রতিপাদন করুন। (২০১৫)

উত্তর: সূত্র: যখন কোন ব্যবস্থার উপর প্রযুক্ত নিট বাহ্যিক বল শূন্য হয়, তখন ব্যবস্থাটির মোট ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।

ব্যাখ্যা: আদি ভরবেরগ $\overrightarrow{P}_i$ এবং শেষ ভরবেগ $\overrightarrow{P_f}$ হলে ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রানুযায়ী $\overrightarrow{P_i} = \overrightarrow{P_f}$

যেহেতু ভরবেগ $\overrightarrow{P}$ একটি ভেক্টর রাশি, সুতরাং $\overrightarrow{P}$ সংরক্ষিত হওয়ার অর্থ এর মান ও দিক উভয়ই অপরিবর্তিত থাকে।



প্রতিপাদন:

দুটি বস্তু বিবেচনা করি যারা কোন এক সময় সংঘর্ষে লিপ্ত হলো।

$\overrightarrow{F}_1$ = ১ম বস্তুর উপর ২য় বস্তু কর্তৃক প্রযুক্ত বল

$\overrightarrow{F}_2$ = ২য় বস্তুর উপর ১ম বস্তু কর্তৃক প্রযুক্ত বল

এখন ১ম বস্তুর ভরবেগ $\overrightarrow{P_1}$ এবং ২য় বস্তুর ভরবেগ $\overrightarrow{P_2}$ হলে নিউটনের ২য় সূত্রানুসারে

$$\overrightarrow{F_1} = \frac{d\overrightarrow{p_1}}{dt} \text{ এবং } \overrightarrow{F_1} = \frac{d\overrightarrow{P_2}}{dt}$$

এখন নিউটনের ৩য় সূত্রানুসারে

$$\overrightarrow{F_1} = -\overrightarrow{F_2}$$

বা, $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = 0$

$$\Rightarrow \frac{d\overrightarrow{P_1}}{dt} + \frac{d\overleftarrow{P_2}}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}(\vec{P_1}+\vec{P_2})=0$$

কিন্তু $\vec{P_1}+\vec{P_2}$ হচ্ছে ব্যবস্থার মোট ভরবেগ বা $\vec{P}$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{P}}{dt}=0 \ \left[\because \vec{P_1}+\vec{P_2}=P\right]$$

যেহেতু সময়ের সাপেক্ষে মোট ভরবেগ $\vec{P}=\vec{P_1}+\vec{P_2}$ এর বৃদ্ধি শূণ্য, তাই মোট ভরবেগ $\vec{P}$ ধ্রুব থাকে

$$\vec{P}=\vec{P_1}+\vec{P_2}= \text{ধ্রুব}$$

$$\Rightarrow \vec{P_i}=\vec{P_f}$$

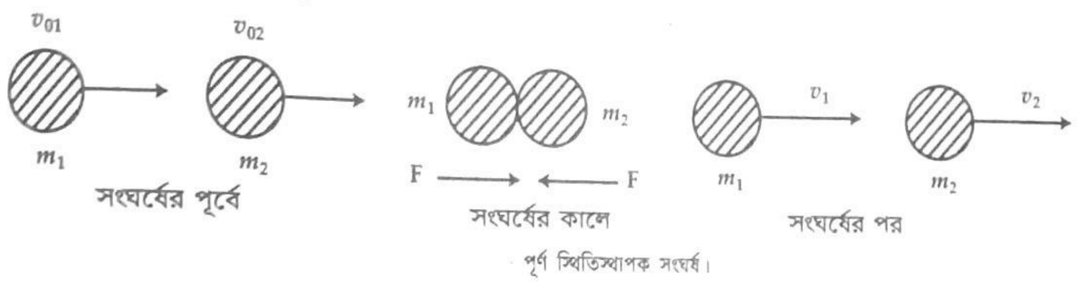
$$\Rightarrow \vec{P}_{1i}+\vec{P}_{2i}=\vec{P}_{1f}+\vec{P}_{2f}$$

সুতরাং দেখা যায়, সংঘর্ষের আগে কোন ব্যবস্থার ভরবেগের সমষ্টি আর সংঘর্ষের পর ভরবেগের ভেক্টর সমষ্টি সর্বদা সমান থাকে।

এটিই ভরবেগের সংরক্ষণ বা নিত্যতার সূত্র।

প্রশ্ন-৮: দেখাও যে, সমান ভরের দুটি বস্তুর মধ্যে স্থিতিস্থাপক একমাত্রিক সংঘর্ষ হলে, এরা একে অপরকে বেগ বিনিময় করে। (২০১৩)

উত্তর:



মনে করি m_1ও m_2 ভরের দুইটি বস্তু একই সরলরেখা বরাবর একই দিকে যথাক্রমে v_{01} ও v_{02} বেগে গতিশীল। $v_{01} > v_{02}$ হওয়ায় এদের মধ্যে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ঘটে। সংঘর্ষের পরের বেগ v_1 ও v_2 হলে, ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রানুসারে, সংঘর্ষের পূর্বের মোট ভরবেগ = সংঘর্ষের পরের মোট ভরবেগ,

$$m_1v_{01} + m_2v_{02} = m_1v_1 + m_2v_2$$

$$m_1 (v_{01} - v_1) = m_2 (v_2 - v_{02}) \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

যেহেতু সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কাজেই সংঘর্ষের পূর্বের গতিশক্তির সমষ্টি সংঘর্ষের পরের গতিশক্তির সমষ্টির সমান হয়।

$$\frac{1}{2} m_1v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2v_{02}^2 = \frac{1}{2} m_1v_1^2 + \frac{1}{2} m_2v_2^2$$

$$\frac{1}{2} m_1 (v_{01}^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} m_2 (v_2^2 - v_{02}^2) \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (2)$$

$$\frac{1}{2} m_1 (v_{01} + v_1) (v_{01} - v_1) = \frac{1}{2} m_2 (v_2 + v_{02}) (v_2 - v_{02}) \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (3)$$

সমীকরণ (2) কে সমীকরণ (1) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$v_{01} - v_{02} = v_2 - v_1 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (4)$$

$$v_{01} + v_1 = v_2 + v_{02}$$

$$v_2 = v_{01} + v_1 - v_{02}$$

(1) নং সমীকরণে v_2 এর মান বসিয়ে পাই,

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{01} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{02}$$

(1)নং সমীকরণে v_1 এর মান বসিয়ে পাই,

$$v_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{02} + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{01}$$

বস্তু দুটির ভর সমান অর্থাৎ $m_1 = m_2$ হলে, সমীকরণ (3) ও (4) থেকে পাই, $v_{01} = v_2$ এবং $v_{02} = v_1$ অর্থাৎ সংঘর্ষের পর বস্তু দুটি বেগ বিনিময় করে।

প্রশ্ন-৯: দেখাও যে, $\vec{F} = \sum m\vec{a}$, এখানে সংকেতগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। (২০১৩)

উত্তর: ধরা যাক, কোন বস্তুর ভর m, বেগ $\vec{v}$ এবং ভরবেগ $\vec{P}$ । এর উপর $\vec{F}$ বল প্রযুক্ত হলে এর ভরবেগের পরিবর্তন ঘটে। নিউটনের ২য় সূত্রানুযায়ী

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{F}$$

$$\Rightarrow m\frac{d}{dt}(\vec{v}) = F$$

$$\Rightarrow m\vec{a} \propto \vec{F}$$

$$\Rightarrow m\vec{a} = k\vec{F} \text{ ....(i)}$$

এখন কোন বস্তুর উপর একাধিক বল প্রযুক্ত হলে নিট বল হবে,

$$\sum \overleftarrow{F} = \overleftarrow{F_1} + \overleftarrow{F_2} + \overleftarrow{F_3} \text{ ....}$$

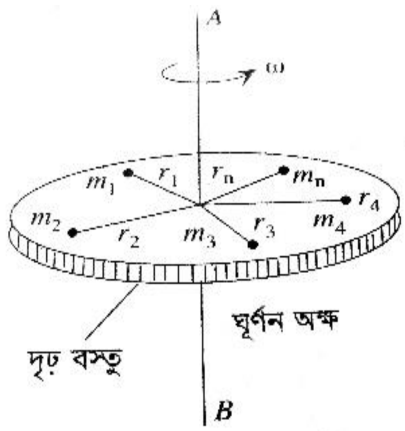
সেক্ষেত্রে (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$\sum \overleftarrow{F} = m\overleftarrow{a}$$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-১০: ১টি অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান দৃঢ় বস্তুর গতিশক্তির রাশিমালা নির্ণয় করুন। (২০১২, ২০১৮)

অথবা, দেখাও যে, দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামক তার গতিশক্তির দ্বিগুণ।

উত্তর:



মনে করি, M ভরের ১টি দৃঢ় বস্তু XY অক্ষর চারিদিকে ω সমকৌণিক বেগে ঘুরছে। ধরি M ভরের বস্তুটি m_1, m_2, m_3.......... ইত্যাদি অসংখ্য বস্তুকণার সমষ্টি এবং XY অক্ষ থেকে এদের লম্ব দূরত্ব r_1, r_2, r_3.....

যেহেতু বস্তুকণাগুলো জড়বস্তুর সাথে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ তাই প্রত্যেকের কৌণিক বেগ ω।

$\therefore$ m_1 ভরের বস্তুকণার রৈখিক বেগ $v_1 = \omega r_1$

$\therefore$ গতিশক্তি, $E_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 \omega^2 r_1^2$

অনুরূপভাবে, $E_2 = \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \omega$

$\therefore$ সমস্ত বস্তুর গতিশক্তি,

$$E = E_1 + E_2 + E_3 ....$$

$= \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \ \omega^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_3 r_3^2 \omega^2 ....$

$= \frac{1}{2} \omega^2 [m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 ....]$

$= \frac{1}{2} \omega^2 (\sum m_i r_i^2)$

$= \frac{1}{2} I \omega^2 \quad [\because \sum m_i r_i^2 = I]$

$\therefore \ E = \frac{1}{2} I \omega^2$

$\Rightarrow 2E = I$ (ω=1 হলে) (**প্রমাণিত**)

প্রশ্ন-১১: জড়তার ভ্রামক এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ কাকে বলে? (২০১২, ২০১৮)

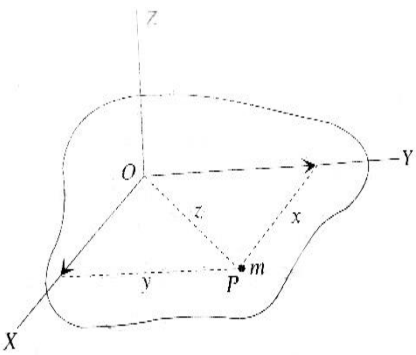
উত্তর: <u>জড়তার ভ্রামক</u>: কোন নির্দিষ্ট সরলরেখা থেকে কোন দৃঢ় বস্তুর প্রত্যেকটি কণার লম্ব দূরত্বের বর্গ এবং এদের প্রত্যেকের ঘরের গুণফলের সমষ্টিকে ঐ সরলরেখার সাপেক্ষে বস্তুর জড়তার ভ্রামক বলে।

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + ... \sum m_i r_i^2$$

<u>চক্রগতির ব্যাসার্ধ</u>: কোন দৃঢ় বস্তুর সমগ্র ভর যদি ১টি নির্দিষ্ট বিন্দুতে কেন্দ্রভূত করা যায় যাতে করে ১টি নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে ঐ কেন্দ্রীভূত বস্তুকণার জড়তার ভ্রামক, ঐ নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে সমগ্র দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামকের সমান হয়। তাহলে ঐ নিদিষ্ট অক্ষ থেকে কেন্দ্রীভূত বস্তুকণার লম্ব দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলে।

প্রশ্ন-১২: জড়তার ভ্রামক সম্পর্কিত লম্ব অক্ষ উপপাদ্য ব্যাখ্যা এবং প্রমাণ করুন। (২০১০)

উত্তর: <u>লম্ব উপপাদ্য</u>: কোন সমতল পাতের তলে অবস্থিত দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে ঐ পাতের জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের সমষ্টি হবে ঐ দুই অক্ষের ছেদবিন্দু দিয়ে এবং পাতের অভিলম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকের সমান।



<u>ব্যাখ্যা</u>: কোন সমতল পাতের তলে অবস্থিত দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষ OX ও OY এর সাপেক্ষে যদি জড়তার ভ্রামক I_x ও I_y হয় তবে তাদের সমষ্টি (I_x+I_y) হবে–

ঐ দুই অক্ষের ছেদবিন্দু O দিয়ে এবং পাতের তলের অভিলম্বভাবে গমণকারী অক্ষ OZ সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক I_z এর সমান

$$\therefore \ I_z = I_x + I_y$$

<u>প্রমাণ</u>:

OX, OY O বিন্দুতে ছেদ করে। OZ অক্ষটি সমতল পাতের উপর লম্ব। মনে করি, এই পাতের উপর অবস্থিত P বিন্দুতে একটি কণার ভর m। এখন OY, OX, OZ অক্ষ থেকে P বিন্দুর লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে x, y, z।

$\therefore z^2 = x^2 + y^2$

এখন পাত্রটি অসংখ্য কণার সমন্বয়ে গঠিত হলে যেমন m_1, m_2, m_3..... ।

এবং OY অক্ষ থেকে লম্ব দূরত্ব $x_1, x_2 ....x_i$

একইভাবে OX অক্ষ থেকে লম্ব দূরত্ব $y_1, y_2.........y_i$

OZ অক্ষ থেকে লম্ব দূরত্ব $z_1, z_2.........z_i$ হলে

OZ অক্ষের সাপেক্ষে পাত্রটির জড়তার ভ্রামক

$$I_z = \sum m_i z_i^2$$

$$= \sum m_i (x_i^2 + y_i^2)$$

$$= \sum m_i x_i^2 + m_i y_i^2$$

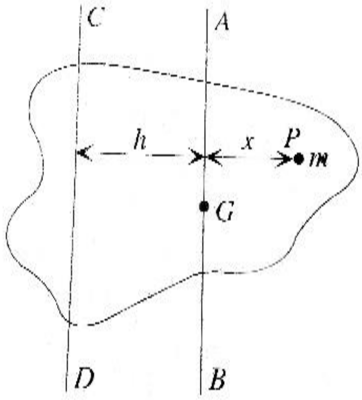
$= I_x + I_y$ [$\sum m_i x_i^2 = OY$ অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক

$\sum m_i y_i^2 = OX$ অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক]

$\therefore I_z = I_x + I_y$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন-১৩: জড়তার ভ্রামক সংক্রান্ত সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য ব্যাখ্যা এবং প্রমাণ করুন। (২০১৭)

উত্তর: উপপাদ্য: যে কোন অক্ষের সাপেক্ষে কোন বস্তুর জড়তার ভ্রামক হবে–



- ঐ অক্ষের সমান্তরাল ও বস্তুর ভরকেন্দ্রের মধ্য দিয়ে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক I_G।
- ঐ বস্তুর ভর ও দুই অক্ষের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্বের (h) বর্গের গুণফলের সমষ্টির সমান।

ব্যাখ্যা: মনে করি, M ভরের কোন বস্তুর ভরকেন্দ্র G এর মধ্য দিয়ে অতিক্রান্ত AB অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক I_G।

CD এর সাপেক্ষে ঐ বস্তু জড়তার ভ্রামক হবে $I = I_G + Mh^2$

প্রমাণ: ধরা যাক, P বিন্দুতে অবস্থিত একটি কণার ভর m

AB অক্ষ হতে লম্ব দূরত্ব ঐ কণার = x

CD অক্ষ হতে লম্ব দূরত্ব ঐ কণার = h+x

এখন কণাটি অসংখ্য ভরের কণার সমষ্টি m_1, m_2, m_3.......হলে

AB অক্ষ থেকে ঐ কণাগুলোর লম্ব দূরত্ব= x_1, x_2, x_3..........

CD অক্ষ থেকে ঐ কণাগুলোর লম্ব দূরত্ব= $(h+x_1), (h+x_2), (h+x_i)$.........

এখন CD অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটির জড়তার ভ্রামক

$$I = \Sigma m_i (x_i + h)^2$$

$$= \Sigma m_i (x_1^2 + 2x_i h + h^2)$$

$$= \sum m_i x_1^2 + \sum 2hx_i m_i + \sum m_i h^2$$

$\sum m_i x_i^2 = I_G$ ভরকেন্দ্রগামী অক্ষ AB এর সাপেক্ষে

$\sum m_i x_i = 0$ AB অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটির ভর ভ্রামক

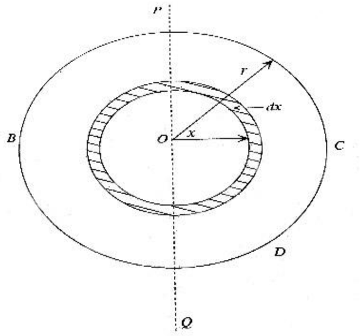
$\sum m_i = M$ বস্তুটির সমগ্র ভর

$= I_G + 2h \times 0 + h^2 M$

$\therefore I = I_G + Mh^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন-১৪: **একটি বৃত্তাকার চাকতির কেন্দ্রগামী লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামকের রাশিমালা নির্ণয় করুন। (২০১০)**

উত্তর:



- ধরি, BCD একটি বৃত্তাকার চাকতি। এর ভরকেন্দ্র O এবং পৃষ্ঠের সাথে লম্বভাবে গমনকারী PQ অক্ষের সাপেক্ষে ঐ চাকতির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে হবে।
- ধরা যাক, চাকটিতির ভর M, ব্যাসার্ধ r তাহলে ক্ষেত্রফল $A = \pi r^2$

$\therefore$ চাকতির প্রতি একক ক্ষেত্রফলের ভর, $\sigma = \frac{M}{A} = \frac{M}{\pi r^2}$ ....(i)

এখন অক্ষ থেকে x দুরত্বে dx প্রস্থের একটি সরু বলয় কল্পনা করা যাক।

এই বলয়ের ক্ষেত্রফল dA= বলয়ের পরিধি × প্রস্থ = 2π x × dx

সুতরাং ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র অংশের ভর

$$dm = 6dA$$

$$= \frac{M}{\pi r^2} 2\pi x\, dx$$

$$\Rightarrow dm = \frac{2M}{r^2} x\, dx$$

এখন PQ অক্ষের সাপেক্ষে এই dx প্রস্থের সরু বলয়ের জড়তার ভ্রামক

$$dI = x^2\, dm$$

$$= x^2 \frac{2M}{r^2} x\, dx$$

$$= \frac{2M}{r^2} x^3 dx$$

এখন x=0 থেকে x=r সীমার মধ্যে সমীকরণ করে সমগ্র পাতের জড়তার ভ্রামক পাওয়া যায়–

$$= \frac{2M}{r^2} \int_0^r x^3 dx$$

$$\Rightarrow I = \frac{2M}{4r^2} \left[x^4\right]_0^r$$

$$\Rightarrow I = \frac{2M}{4r^2} \left(r^4 - 0\right)$$

$$\therefore I = \frac{1}{2} Mr^2$$

এখন চক্রগতির ব্যাসার্ধ $I=Mk^2$ হলে

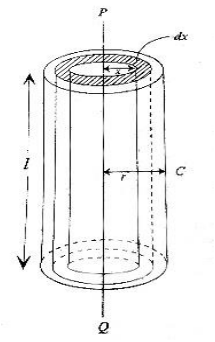
$$Mk^2 = \frac{1}{2} Mr^2$$

$$k = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

প্রশ্ন-১৫: নিজ অক্ষের সাপেক্ষে একটি নিরেট সিলিন্ডারের জড়তার ভ্রামকের রাশিমালা নির্ণয় করুন। (২০১১)

উত্তর:

ধরা যাক, C একটি নিরেট সিলিন্ডার। এর নিজ অক্ষ PQ এর সাপেক্ষে তার জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে হবে।



আয়তন $v = \pi r^2 \ell$

প্রতি একক আয়তনে ভর তথা ঘনত্ব= $\dfrac{M}{\pi r^2 \ell}$

PQ অক্ষের চারিদিকে x ব্যাসার্ধের এবং dx পুরুত্বের একটি ফাঁপা চোঙ বিবেচনা করা যাক।

এর ক্ষেত্রফল dA= পরিধি × পুরত্ব

$= 2\pi x \times dx$

আয়তন dv = ক্ষেত্রফল × দৈর্ঘ্য

$= 2\pi x dx \times \ell$

$\therefore$ ভর dm = আয়তন × ঘনত্ব

$$= 2\pi x dx \ell \times \frac{M}{\pi r^2 \ell}$$

$$= \frac{2M}{r^2} x\, dx$$

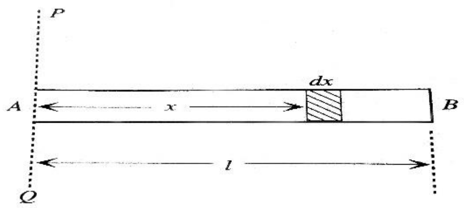
এখন জড়তার ভ্রামক $dI = x^2\, dm$

$$= \frac{2M}{r^2} x^3 dx$$

সমাকলন করে $\dfrac{2M}{4r^2}\left[x^4\right]_0^r = \dfrac{M}{2r^2} r^4 = \dfrac{1}{2} M r^2$

প্রশ্ন-১৬: ১টি সরু ও সুষম দন্ডের দৈর্ঘ্যে মধ্য দিয়ে এবং দৈর্ঘ্যের লম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামকের রাশিমালা নির্ণয় করুন।

উত্তর: AB একটি সুষম দন্ড। O মধ্যবিন্দু। লম্বভাবে গমনকারী PQ অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে হবে।



ধরা যাক, দণ্ডের দৈর্ঘ্য, ℓ, ভর M হলে

দণ্ডের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর $\lambda = \dfrac{M}{\ell}$

অক্ষ থেকে x দূরত্বে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র অংশের ভর $dm = \lambda dx$

$$\Rightarrow dm = \frac{M}{\ell} dx$$

এখন জড়তার ভ্রামক $dI = x^2\, dm$

$$\Rightarrow dI = \frac{M}{\ell} x^2 dx$$

সমাকলন করে $x = -\dfrac{\ell}{2}$ থেকে $x = \dfrac{\ell}{2}$

$$I = \frac{M}{\ell} \int_{-\ell/2}^{\ell/2} x^2\, dx$$

$$= \frac{M}{3\ell} \left[x^3\right]_{-\ell/2}^{\ell/2}$$

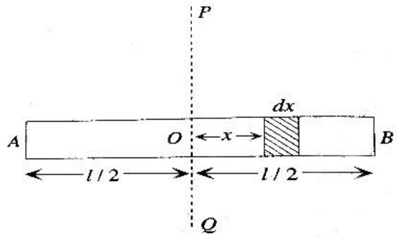
$$= \frac{M}{3\ell}\left[\left(\frac{\ell}{2}\right)^3 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^3\right]$$

$$\therefore I = \frac{M\ell^2}{12}$$

প্রশ্ন-১৭: একটি সরু ও সুষম দন্ডের এক প্রান্ত দিয়ে জড়তার ভ্রামকের রাশিমালা নির্ণয় করুন।

উত্তর:

AB একটি সুষম দন্ড। এক প্রান্ত দিয়ে লম্বভাবে গমনকারী PQ অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে হবে।



ধরা যাক, দণ্ডের দৈর্ঘ্য, ℓ, ভর M হলে

দণ্ডের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর $\lambda = \frac{M}{\ell}$

অক্ষ থেকে x দূরত্বে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র অংশের ভর $dm = \lambda dx$

$$\Rightarrow dm = \frac{M}{\ell} dx$$

এখন জড়তার ভ্রামক $dI = x^2\, dm$

$$\Rightarrow dI = \frac{M}{\ell} x^2 dx$$

সমাকলন করে $x=0$ থেকে $x=\ell$ সীমার ভিতর

$$I = \frac{M}{\ell}\int_0^{\ell} x^2 dx$$

[সমাকলন করে]

$$I = \frac{M\ell^2}{3}$$

প্রশ্ন-১৮: টর্ক কাকে বলে? টর্ক ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করুন। $\tau = I\alpha$ (২০১৭)

উত্তর: টর্ক: ঘূর্ণায়মান কোন কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং কণার উপর প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণফলকে টর্ক বলে।

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

ধরা যাক, কোন একটি দৃঢ় বস্তুর উপর F বল প্রয়োগ করলে বস্তুটি কোন অক্ষের সাপেক্ষে α সমকৌণিক ত্বরণে ঘূর্ণায়মান।

কণার ভর m_1 লম্ব দূরত্ব r_1 ত্বরণ α_1 হলে

টর্ক বা বলের ভ্রামক = $Fr_1 \Rightarrow m_1\alpha\, r_1^2$

একইভাবে m_2 এর জন্য $\tau = m_2 r_2^2 \alpha$

$$\therefore \tau = \alpha\, m_1 r_1^2 + \alpha\, m_2 r_2^2 + \alpha\, m_3 r_3^2$$

$= \alpha \Sigma m_i r_i^2 = \alpha I = I \frac{d\omega}{dt}$ [প্রমাণিত]

$= I\alpha = I = \frac{d\omega}{dt}$ = জড়তার ভ্রামক × কৌণিক ত্বরণ (**প্রমাণিত**)।

প্রশ্ন-১৯: কৌণিক ভরবেগ কাকে বলে? কৌণিক ভরবেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করুন । $L = I\omega$

উত্তর: <u>কৌণিক ভরবেগ</u>: ঘূর্ণায়মান কোন কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।

$$\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{P}$$

ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে কণাটির কৌণিক ভরবেগ

$$L = m_1 v_1 r_1$$
$$= m_1 r_1^2 \omega$$

একইভাবে $L = m_1 r_1^2 \omega + m_2 r_2^2 \omega + m_2 r_2^2 \omega ......$

$$\Rightarrow L = \omega \sum m_i r_i^2$$

$$\Rightarrow L = I\omega$$

প্রশ্ন-২০: কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র প্রতিপাদন করুন। (২০০৯)

উত্তর: <u>সূত্র</u>: কোন কণার উপর প্রযুক্ত নিট টর্ক শূন্য হলে কণাটির কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।

<u>প্রতিপাদন</u>:

আমরা জানি,

কৌণিক ভরবেগ $\ell = I\omega$

একক সময়ের সাপেক্ষে ব্যবকলন করে আমরা পাই-

$$\frac{d\ell}{dt} = \frac{d}{dt}(I\omega)$$
$$= I\frac{d\omega}{dt}$$
$$= I\alpha \text{ ....(i)}$$

কিন্তু প্রযুক্ত টর্ক τ হলে

$$\tau = I\omega \text{ ....(ii)}$$

এখন (i) এবং (ii) থেকে

$$\frac{d\ell}{dt} = \tau$$

এখন $\tau = 0$ হলে $\frac{d\ell}{dt} = 0$

বা, ℓ= ধ্রুবক

সুতরাং প্রযুক্ত টর্ক শূন্য হলে কৌণিক ভরবেগ ধ্রুবক থাকে।

প্রশ্ন-২১: প্রমাণ কর যে, কোনো কণিকার কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার তার উপর প্রযুক্ত টর্কের সমান। (২০০৯, ২০১১)

উত্তর: আমরা জানি,

$$\tau = I\alpha$$
$$= I\frac{d\omega}{dt}$$
$$= \frac{d}{dt}(I\omega)$$
$$= \frac{dL}{dt} \quad [\because I\omega = L]$$

$\therefore$ টর্ক = কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার। (**প্রমাণিত**)

গতিবিদ্যা ও নিউটনীয় বলবিদ্যার ম্যাথ

প্রশ্ন-১: **একটি কণা 1.5 m ব্যাসার্ধের পথে প্রতি মিনিটে 120 বার আবর্তন করে। এর রৈখিক বেগ কত?**

সমাধান:

আমরা জানি,

রৈখিক বেগ, $v = r\omega$

$\Rightarrow v = r\frac{2\pi N}{t}$

$\Rightarrow v = \frac{2\times3.1416\times120}{60}$

$\therefore v = 18.84\ ms^{-1}$ (**উত্তর**)

দেওয়া আছে,

ব্যাসার্ধ, r= 1.5m

ঘূর্ণন সংখ্যা, N= 120 বার

সময়, t= 1 min=60s

রৈখিক বেগ, v=?

প্রশ্ন-২: **একটি দেয়াল ঘড়ির মিনিটের কাঁটার দৈর্ঘ্য 18cm হলে এর কৌণিক বেগ এবং এর প্রান্তের রৈখিক বেগ নির্ণয় কর।**

সমাধান:

আমরা জানি,

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\times3.1416}{3600}$

$\therefore \quad \omega = 1.74\times10^{-3} rads^{-1}$

(**উত্তর**)

দেওয়া আছে,

পর্যায়কাল, T = 1h=3600s

কাটার দৈর্ঘ্য, r = 18cm= .18m

কৌণিক বেগ, ω = ?

রৈখিক বেগ, v = ?

এবং $v = \omega r$

$= 1.74\times10^{-3}\times.18$

$= 3.13\times10^{4}\ ms^{-1}$ (**উত্তর**)

প্রশ্ন-৩: **বৃত্তাকার পথে $72kmh^{-1}$ সমদ্রুতিতে চলমান কোন গাড়ির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ $1ms^{-2}$ হলে বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ কত?**

সমাধান:

আমরা জানি,

কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$

$\therefore a = \frac{v^2}{r} = \frac{(20)^2}{r}$

$r = \frac{400}{1} = 400m$ (**উত্তর**)

দেওয়া আছে,

দ্রুতি, $v = 72kmh^{-1}$

$= 72\times103/3600$

$= 20ms^{-1}$

ত্বরণ, $a=1\ ms^{-2}$

r = ?

প্রশ্ন-৪: **গাছ থেকে 2kg এর একটি নারকেল সোজা নিচের দিকে পড়ছে। বাতাসের বাধা 86N হলে নারকেলটির ত্বরণ কত?**

সমাধান:

ধরি, খাড়া নিচের দিকে ধনাত্মক,

$\Sigma F = ma$

$\Rightarrow 19.6 - 8.6 = 2a$

$\therefore a = 5.5\ ms^{-2}$ (**উত্তর**)

দেওয়া আছে,

m = 2 kg

নারকেলের ওজন, $F_1 = mg = 2\times9.8 = 19.6$

বাতাসের বাধা, $F_2 = -8.6N$

ত্বরণ, a = ?

প্রশ্ন-৫: **9.1×10^{-31}kg ভরের একটি স্থির ইলেকট্রনের উপর 1.6×10^{-16}N বল 10^{-9}s ধরে কাজ করে। এই সময় শেষে ইলেকট্রনের বেগ কত হবে?**

সমাধান:

আমরা জানি,

$v = v_0 + at$

$\Rightarrow$

$$v = 0 + \frac{F}{m}t = \frac{1.6\times10^{-16}\times10^{-9}}{9.1\times10^{-31}}$$

$\therefore$ v= 1.76×10^{5} ms^{-1} (**উত্তর**)

দেওয়া আছে, m = 9.1×10^{-31}

v_0=0

F=1.6×10^{-16}

t=10^{-9}s

v=?

প্রশ্ন-৬: **একটি ঘূর্ণায়মান বস্তুর ভর 2 kg। ঘূর্ণন অক্ষ থেকে এর দূরত্ব 1m। বস্তুটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর। বস্তুটি 5 $rads^{-1}$ কৌণিক বেগে ঘুরতে এর ঘূর্ণন গতিশক্তি নির্ণয় কর।**

সমাধান:

আমরা জানি,

I= mr^2 = 2×1= 2kg m^2

$\therefore$ I= 2kg m^2 (**উত্তর**)

এবং

$$E = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\times2\times5^2 = 25J$$

$\therefore$ E= 25J (**উত্তর**)

দেওয়া আছে,

m = 2 kg

r= 1m

ω = 5 $rads^{-1}$

জড়তার ভ্রামক, I=?

কৌণিক গতিশক্তি, E=?

প্রশ্ন-৭: **একটি চাকার ভর 4kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 25cm। জড়তার ভ্রামক কত? চাকাটিতে 2 $rads^{-2}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে?**

সমাধান:

I= Mk^2

= 4×$(.25)^2$

= .25kg m^2 (**উত্তর**)

এবং τ = Iα

= .25×2

= .5 Nm (**উত্তর**)

দেওয়া আছে,

ভর, m = 4 kg

ব্যাসাধ্য, k= 25 cm= .25m

কৌণিক ত্বরণ, α = 2 $rads^{-1}$

জড়তার ভ্রামক, I=?

টর্ক, T=?

প্রশ্ন-৮: **10g ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে 2m দীর্ঘ সুতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। বস্তুটি 3s এ 15টি পূর্ণ আবর্তন করলে সুতার টান নির্ণয় কর।**

সমাধান:

আমরা জানি,

টান, $F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$

$$\therefore F = m\omega^2 r = \frac{10\times10^{-3}\times2^2\pi^2N^2\times r}{t^2}$$

দেওয়া আছে,

m = 10g= 10×10^{-3}kg

r = 2m

ঘূর্ণন সংখ্যা, N = 15

t= 3s

π^2= 9.87

সুতার টান,F=?

$$\Rightarrow F=\frac{10\times10^{-3}\times4\times9.87\times(15)^2\times2}{3}$$

$\therefore$ F=19.74N (উত্তর)

প্রশ্ন-৯: 75m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে কোন মটর সাইকেল আরোহী কত বেগে ঘুরলে উলম্ব তলের সাথে 30^0 কোণে আনত থাকবে নির্ণয় কর।

সমাধান:

আমরা জানি,

$$\tan\theta=\frac{v^2}{rg}$$

$$\Rightarrow v^2=\tan\theta rg$$

দেওয়া আছে, r=75m

$\theta = 30^0$

g=9.8

বেগ, =?

$$\Rightarrow v^2=75\times9.8\times\tan30$$

$\therefore$ v=20.6ms^{-1} (উত্তর)

ম্যাথ প্রাকটিস

১। একটি চাকার ভর 5kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.2m। জড়তার ভ্রামক কত? চাকাটিতে 2 $rads^{-2}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে? [উ: 0.2kg m^2 ; 0.4 Nm]

২। একটি বৈদ্যুতিক পাখা মিনিটে 1500 বার ঘুরে। সুইচ বন্ধ করার 4 মিনিট পর পাখাটি বন্ধ হয়ে যায়। পাখাটির কৌণিক ত্বরণ কত? থেমে যাওয়ার আগে পাখাটি কতবার ঘুরবে? [উ: - 0.65 $rads^{-2}$; 3000 বার]

৩। একটি ঘূর্ণায়মান বস্তুর ভর 5 kg। ঘূর্ণন অক্ষ থেকে এর দূরত্ব 1.5m। বস্তুটি 5 $rads^{-1}$ কৌণিক বেগে ঘুরলে এর ঘূর্ণন গতিশক্তি ও জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর। [উ: 11.25 kg m^2 ; 140.63 J]

৪। একটি চাকার ভর 5kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 25 cm। জড়তার ভ্রামক কত? চাকাটিতে 4 $rads^{-2}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে? [উ: 0.3125 kg m^2 ; 1.25 Nm]

৫। 0.250kg ভরবিশিষ্ট একটি পাথরখন্ডকে 0.75m দীর্ঘ সুতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। পাথরটি প্রতি মিনিটে 90 বার ঘুরালে সুতার টান নির্ণয় কর। [উ: 16.66 N]

৬। 50m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে কোন সাইকেল আরোহী কত বেগে ঘুরলে উলম্ব তলের সাথে 60^0 কোণে আনত থাকবে নির্ণয় কর। [উ: 29.13 ms^{-1}]

৭। 13 ms^{-1} বেগে একটি গাড়িকে নিরাপদে 30m ব্যাসার্ধের একটি বাঁক অতিক্রম করতে হলে বাঁকটিকে কত কোণে ঢালু করতে হবে? [উ: 29.89^0]

৮। 4g ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে 1.5m দীর্ঘ সুতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। বস্তুটি 5 s এ 90 বার ঘুরালে সুতার টান নির্ণয় কর। [উ: 3.8 N]

তৃতীয় সেকশন
কাজ, ক্ষমতা ও শক্তি

প্রশ্ন-০১: সংরক্ষণ বল কী? পরিবর্তনশীল বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ বের করুন। $W = \int \vec{F}.\vec{ds}$

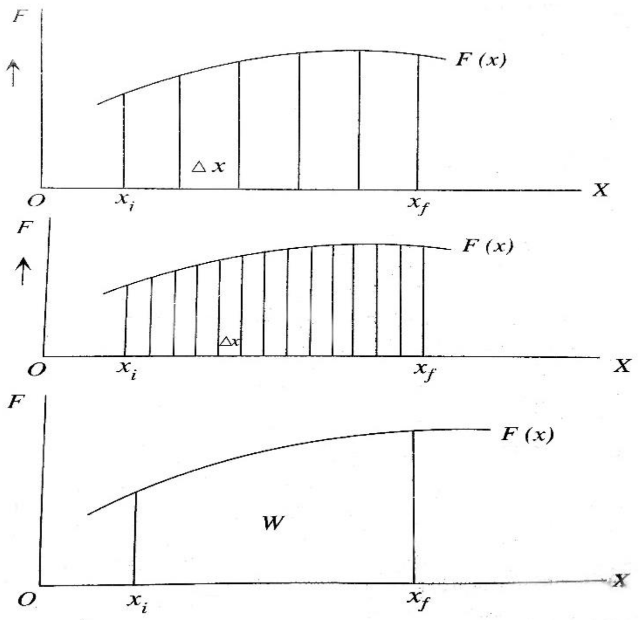
(২০১১, ২০১৩, ২০১৬)

উত্তর: সংরক্ষণশীল বল:

কোন কণা একটি পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে কণাটির উপর যে বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হয়, সেই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলে।

যেমন- অভিকর্ষ বল।

ধরি, কোন বস্তুর উপর বল F, X অক্ষ বরাবর ক্রিয়াশীল। বলটির মান বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব x এর উপর নির্ভরশীল। সুতরাং F হচ্ছে F(x)। x এর বিভিন্ন মানের জন্য F(x) দেখানো হয়েছে (চিত্র-ক)



বস্তুটির আদি অবস্থান x_i এবং শেষ অবস্থান X_f। আদি অবস্থান হতে শেষ অবস্থানে যেতে কৃত কাজের পরিমাণ হিসাব করব।

এখন মোট সরণকে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র Δx প্রস্থের N সংখ্যক সমান অংশে বিভক্ত করি।

১ম ক্ষেত্রে সরণ হচ্ছে x_i থেকে $x_i + \Delta x$ পর্যন্ত। ক্ষুদ্র সরণ হচ্ছে Δx। এই ক্ষুদ্র সরণকালে বল অপরিবর্তিত থাকে। সুতরাং এই অংশকে কাজের পরিমাণ

$$\Delta W_1 = F_1 \Delta x$$

অনুরূপভাবে ২য় অংশে $x_i + \Delta x$ থেকে $x_i + 2\Delta x$ পর্যন্ত ক্ষুদ্র সরণ Δx

$\therefore$ কাজের পরিমাণ $\Delta W_2 = F_2 \Delta x$

$\therefore$ বস্তুটিকে x_i থেকে x_f পর্যন্ত সরতে F(x) বল দ্বারা কৃত মোট কাজ

$$W = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \Delta W_3 .... \Delta W_n$$

$$\Rightarrow W = F_1 \Delta x + F_2 \Delta x + F_3 \Delta x ....F_k \Delta x$$

$$W = \sum_{k=1}^{N} F_k \Delta x$$

এখন কৃত কাজের সঠিক মাপ পেতে Δx কে শূন্য এবং N কে অসীম ধরে

$$W = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{k=1}^{N} F_k \Delta x$$

কিন্তু $\lim_{\Delta x \to 0} \sum_{k=1}^{N} F_k \Delta x$ রাশিটি ক্যালকুলাসের ভাষায় $\int_{x_i}^{x_f} F(x)dx$

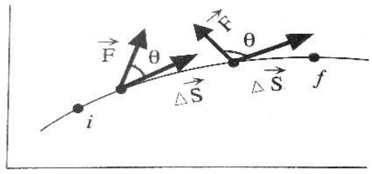
$$\therefore W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)dx \text{ ....(i)}$$

পরবর্তী বল দ্বারা কৃত কাজ দ্বিমাত্রিক ঘটনার ক্ষেত্রে কাজ হিসাব করার জন্য কণাটির গতিপথ বিপুল সংখ্যক ক্ষুদ্র সরণ $\Delta\vec{s}$ এ বিভক্ত করি।

উপরের চিত্রে প্রতিটি অবস্থান বল $\vec{F}$ এবং $\vec{F}$ ও $\overrightarrow{\Delta s}$ এর অন্তর্ভূক্ত কোণ θ। $\overrightarrow{\Delta s}$ সরণকালে কণার উপর F বল দ্বারা কৃত কাজের পরিমাণ

$$\Delta W = \vec{F}.\Delta\vec{s}$$

এখানে $\vec{F}$ ও $\overrightarrow{\Delta s}$ এর দিক একই। সুতরাং i থেকে f পর্যন্ত যেতে মোট কৃতকাজের পরিমাণ



$$W = \sum \Delta W$$

$$\Rightarrow W = \sum \vec{F}.\Delta\vec{s}$$

$$\Rightarrow W = F\Delta s\cos\theta$$

যদি $\overrightarrow{\Delta s}$ গুলো যদি ক্ষুদ্রাদিক্ষুদ্র হয় তাহলে

$$W = \int dW = \int_i^f \vec{F}.d\vec{s}$$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন-০২: স্প্রি বল দ্বারা কৃত কাজের হিসাব বের করুন।

উত্তরঃ

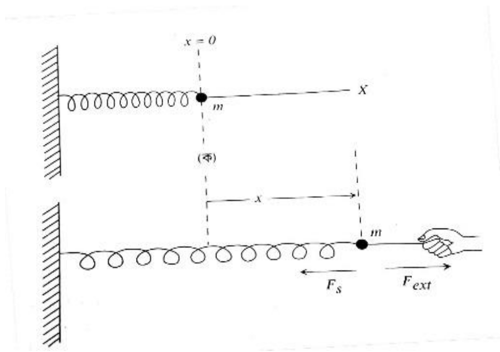
চিত্রে একটি স্প্রিং দেখানো আছে যার এক প্রান্তে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ এবং অপর প্রান্ত m ভরের কণার সাথে সংযুক্ত। কণাটি যখন তার আদি অবস্থান x_i থেকে শেষ অবস্থান x_f এ যায় তখন কণাটির উপর স্প্রিং দ্বারা কৃত কাজ

$$Ws = \int_{x_i}^{x_f} F_s(x)dx \text{ ....(i)}$$

এখন প্রযুক্ত বল Fs, কণাটির সরণ x এর সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী

$$\therefore Fs = -kx$$

$$Ws = \int_{x_i}^{x_f} -kx\,dx$$



$$= -k\int_{x_i}^{x_f} x\,dx$$

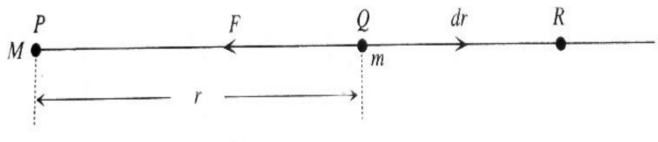
$$= -k\left[\frac{x^2}{2}\right]_{x_i}^{x_f}$$

$$= -\frac{1}{2}k\left[x_f^2 - x_i^2\right]$$

$$\therefore Ws = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

প্রশ্ন-০৩: মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজের হিসাব বের করুন ।

উত্তর:



ধরি, কোন স্থানে P বিন্দুতে M ভরের একটি বস্তু অবস্থিত। P থেকে r দূরত্বে Q বিন্দুতে m ভরের আরেকটি বস্তু অবস্থিত।

সুতরাং মহাকর্ষ সূত্রানুসারে তাদের মধ্যকার আকর্ষণ বল-

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$ (বল QP বরাবর ক্রিয়াশীল)

এখন m ভরের বস্তুকে Q থেকে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র দূরত্ব dr সরিয়ে R বিন্দুতে নিতে মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ

$$dW = Fdr\cos180$$

$$= -Fdr$$

যদি বস্তুটির আদি দূরত্ব r_a এবং শেষ দূরত্ব r_b হয় তাহলে কাজ-

$$W_{ab} = \int_{r_a}^{r_b} -Fdr = -\int_{r_a}^{r_b} \frac{GMm}{r^2}dr$$

$$= -GMm\int_{r_a}^{r_b}\frac{dr}{r^2} = -GMm\int_{r_a}^{r_b} r^{-2}dr$$

$$= -GMm\left[-r^{-1}\right]_{r_a}^{r_b}$$

$$= GMm\left[\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right]$$

প্রশ্ন-০৪: শক্তি, যান্ত্রিক শক্তি এবং গতিশক্তি কাকে বলে। প্রমাণ কর যে, $\mathbf{W = \frac{1}{2}mv^2}$

অথবা, গতিশক্তি ও ভরবেগের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করুন।

উত্তর: <u>শক্তি</u>: কোন বস্তুর কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে।

<u>যান্ত্রিক শক্তি</u>: কোন বস্তুর মধ্যে তার গতি, অবস্থান বা ভৌত অবস্থার জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য তথা শক্তি থাকে তাকে যান্ত্রিক শক্তি বলে।

যান্ত্রিক শক্তির দুটি রূপ⟶ গতিশক্তি, বিভব শক্তি

<u>গতিশক্তি</u>: কোন গতিশীল বস্তু গতিশীল থাকার জন্য কাজ করার যে শক্তি অর্জন করে তাকে গতিশক্তি বলে।

<u>প্রমাণ</u>: m ভরের স্থির বস্তুর উপর F প্রয়োগ করলে X অক্ষ বরাবর সরণ ঘটলে এবং বেগ 0⟶V তে উন্নীত হলে কৃত কাজ-

$$W = \int_0^v Fdx$$

$$\Rightarrow W = \int_0^v ma\,dx$$

F=ma

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}.\frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx}$$

$$\Rightarrow W = \int_0^v mv\frac{dv}{dx}dx$$

$$\Rightarrow W = \int_0^v mv\, dv$$

$$\Rightarrow W = m\left[\frac{v^2}{2}\right]_0^2$$

$\therefore\ W = \frac{1}{2}mv^2$ (**প্রমাণিত**)   (i) নং সমীকরণ

কিন্তু সংজ্ঞানুসারে এই কৃত কাজই হচ্ছে বস্তুটির গতিশক্তি k.

গতিশক্তি ও ভরবেগের সম্পর্ক:

$$(\text{i}) \Rightarrow k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{2}\frac{m^2v^2}{m}$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{2}\frac{(mv)^2}{m}$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{2}\frac{p^2}{m}$$

$\therefore\ k = \frac{p^2}{2m}$ (**প্রমাণিত**)

প্রশ্ন-০৫: ধ্রুব বলের জন্য কাজ শক্তির উপপাদ্য ব্যাখ্যা করুন। (২০১৪, ২০১৮, ২০২৩)

পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজের পরিমাণ ব্যাখ্যা করুন।

উত্তর: **বিবৃতি**: কোন বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃত কাজ বস্তুটির গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

ধ্রুব বলের জন্য: v বেগে গতিশীল m ভরের কোন বস্তুর উপর F বল ক্রিয়া করলে x সরণে বস্তুর শেষ বেগ v হলে, কৃত কাজ

$$W = Fx$$

$$\Rightarrow W = max$$

$$\Rightarrow W = m\left(\frac{v^2 - v_0^2}{2}\right) \qquad [\because v^2 = v_0^2 + 2ax]$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Rightarrow W = k - k_0 = \Delta k$$

$\therefore$ কৃত কাজ = বস্তুটির গতিশক্তির পরিবর্তন

পরিবর্তনশীল বলের জন্য: F বল প্রয়োগে কণাটি x_0 অবস্থান থেকে x অবস্থানে সরাতে প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃত কাজ-

$$W = \int_{x_0}^{x} Fdx$$

$$= \int_{x_0}^{x} ma\, dx$$

$$= \int_{x_0}^{x} mv\frac{dv}{dx}\, dx$$

$$= m\left[\frac{v^2}{2}\right]_{v_0}^{v}$$ [সমাকলন করে]

$$\therefore\ W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^{\ 2} = k - k_0 = \Delta k$$

প্রশ্ন-০৬: বিভব শক্তি বা স্থিতি শক্তি কাকে বলে। শক্তির নিত্যতা বা সংরক্ষণশীলতা নীতি লিখুন। (২০১২,২০১৮, ২০১৯)

উত্তর: বিভব শক্তি: স্বাভাবিক অবস্থা বা অবস্থান পরিবর্তন করে কোন বস্তুকে অন্য কোন অবস্থায় আনলে বস্তু কাজ করার যে সামর্থ্য অর্জন করে তাকে বিভব শক্তি বলে।

শক্তির নিত্যতা: শক্তির সৃষ্টি বা বিনাশ নেই, শক্তি কেবল এর রূপ থেকে অপর এক বা একাধিক রূপে পরিবর্তিত হতে পারে। মহাবিশ্বের মোট শক্তির পরিমাণ নির্দিষ্ট ও অপরিবর্তনীয়।

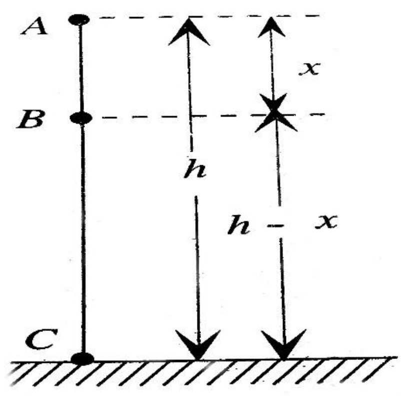
প্রশ্ন-০৭: যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা লিখুন। অভিকর্ষের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা ব্যাখ্যা বা প্রমাণ করুন। (২০১৭)

উত্তর:

বিবৃতি: কোন ব্যবস্থায় কেবল সংরক্ষণশীল বল ক্রিয়া করলে ব্যবস্থার গতিশক্তি ও বিভব শক্তির সমষ্টি সর্বদা ধ্রুব থাকে। অর্থাৎ

গতিশক্তি + বিভব শক্তি = ধ্রুবক

অর্থাৎ $U_i + K_i = U_f + K_f$



প্রমাণ: ধরা যাক, m ভরের কোন বস্তুকে ভূমি থেকে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে h উচ্চতায় উঠিয়ে A বিন্দুতে স্থির অবস্থায় রাখা হল। A অবস্থানে সমস্ত শক্তিই বিভব শক্তি।

এখন বস্তুটিকে যদি অভিকর্ষের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়তে দেয়া হয় তাহলে বস্তুর বিভব শক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হবে

A বিন্দুতে বিভব শক্তি, $U_A = mgh$

A বিন্দুতে বিভব গতিশক্তি, $K_A = 0$

A বিন্দুতে বিভব মোট শক্তি, $E_A = U_A + k_A = mgh$

এখন বস্তুটি অভিকর্ষের প্রভাবে A বিন্দু থেকে x দূরত্ব অতিক্রম করে B বিন্দুতে আসলে B বিন্দুতে বিভব ও গতিশক্তি উভয় থাকে।

$\therefore$ B বিন্দুতে বিভব শক্তি, $U_B = mg\,(h-x)$

B বিন্দুতে বিভব গতিশক্তি, $K_B = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m2gx = mgx$

B বিন্দুতে মোটশক্তি, $E_A = U_B + K_B = mgh - mgx + mgx$

$= mgh$ = A বিন্দুতে মোট শক্তি

Note:

$v^2 = v_0^2 - 2gs$

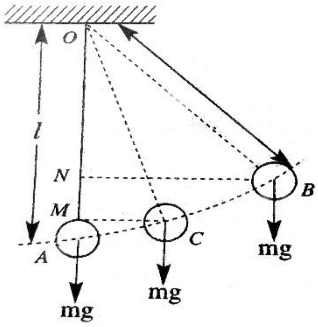
$\Rightarrow v^2 = 0 - 2g(-x)$

$\Rightarrow v^2 = 2gx$

প্রশ্ন-০৮: সরল দোলকের ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা ব্যাখ্যা করুন। (২০১৯, ২০১৮, ২০১২)

উত্তর:

ধরা যাক, OA একটি দোলক। B দোলকের সর্বাধিক সরণের অবস্থান। অর্থাৎ B বিন্দুতে দোলকটি মুহূর্তের জন্য থেমে যায়। B বিন্দুতে দোলকের শক্তি সম্পূর্ন স্থিতি শক্তি এবং A থেকে B পর্যন্ত যাওয়া মানে খাড়া ভাবে A থেকে N পর্যন্ত যাওয়া।



$\therefore$ B বিন্দুতে স্থিতিশক্তি = mg×AN

B বিন্দুতে গতিশক্তি = 0

B বিন্দুতে মোটশক্তি = mg×AN

এখন কোন এক সময় C বিন্দুতে পৌছালে, C বিন্দুতে

C বিন্দুতে স্থিতিশক্তি = mg × AM

C বিন্দুতে গতিশক্তি = $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m2gh = mgh = mgNM$

$= mg\,(AN - AM)$

$\therefore$ C বিন্দুতে মোটশক্তি = mg AM + mg AN – mg AM

= mg AN

= B বিন্দুতে মোট শক্তি

অর্থাৎ B এবং C বিন্দুতে মোট শক্তির কোন পরিবর্তন নাই। এটাই যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা।

কাজ, ক্ষমতা, শক্তির ম্যাথ

প্রশ্ন-১: 2N বল কোন নির্দিষ্ট ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়া করায় বস্তুটি বলের দিকের সাথে 60^0 কোণ উৎপন্নকরে 5m দূরে সরে গেল।। কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান:

আমরা জানি,

W=Fs cosθ= 2×5×10560

$\therefore$W= 5J (**উত্তর**)

দেওয়া আছে,

F= 2N

s= 5m

$\theta = 60^0$

W=?

প্রশ্ন-২: 100 kg ভরের একটি বস্তুর ভরবেগ 200 $kgms^{-1}$ হলে এর গতি শক্তি বের কর।

সমাধান:

আমরা জানি,

$$k = \frac{P^2}{2m} = \frac{200\times 200}{2\times 100}$$

$\therefore$ k= 200J (**উত্তর**)

দেওয়া আছে, m=100 kg

ভরবেগ, P=200 kg ms^{-1}

গতিশক্তি, k=?

প্রশ্ন-৩: 5 kg ভরের কোন বস্তুকে কত উঁচু থেকে ফেললে এর গতিশক্তি 27 kmh^{-1} বেগে চলমান 200kg লরীর গতিশক্তির সমান হবে।

সমাধান:

প্রশ্নানুসারে, $k_1 = k_2$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

দেওয়া আছে,

লরীর ভর, m=2000 kg

লরীর বেগ, v=27 kgh^{-1}

= 7.5 ms^{-1}

$$\Rightarrow h = \frac{mv^2}{mg \times 2} = \frac{2000 \times 25^2}{5 \times 9.8 \times 2}$$

$\therefore$ h= 1147.96m (উত্তর)

বস্তুর ভর, m=5kg
উচ্চতা, h=?

প্রশ্ন-৪: 64 m উঁচু স্থান হতে 0.5kg ভরের একটি বস্তুকে খাড়া নিচে ফেলে দেওয়া হলো। ভূমি স্পর্শ করার মুহূর্তে বস্তুটির গতিশক্তি বের কর।

সমাধান:

ভূমি স্পর্শ করার মুহূর্তে গতিশক্তি হচ্ছে h উচ্চতায় স্থিতিশক্তি

$\therefore$ গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = mgh$

$= .5 \times 9.8 \times 64$

= 313.6J (উত্তর)

দেওয়া আছে,
m=.5kg
h=64m
g=9.8
গতিশক্তি =?

প্রশ্ন-৫: 30m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে কোথায় এর গতিশক্তি বিভবশক্তির দ্বিগুণ হবে।

সমাধান:

শক্তির নিত্যতা সূত্রানুসারে
মোট শক্তি = গতিশক্তি + বিভব শক্তি

$\Rightarrow$ E=mgx+2mgx

$\Rightarrow$ mgh = mgx + 2mgx

$\Rightarrow$ h= x+2x

$\Rightarrow$ h= 3x

$$\Rightarrow x = \frac{h}{3} = \frac{30}{3}$$

$\therefore$ x=10m (উত্তর)

দেওয়া আছে,
h= 30
ধরি,
x উচ্চতায় বিভব শক্তি= mgx
x উচ্চতায় গতিশক্তি= 2 mgx
h উচ্চতায় মোটশক্তি= mgh

প্রশ্ন-৬: 74.6kg ভরের একজন লোক প্রতিটি 25cm উঁচু 20টি সিঁড়ি 10s এ উঠতে পারেন। তার ক্ষমতা কত?

সমাধান:

আমরা জানি,
কৃতকাজ, W= pt

$$\Rightarrow P = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = \frac{731.08 \times 5}{10}$$

$\therefore$ P= 365.54W (উত্তর)

দেওয়া আছে, লোকের ভর,
লোকটির ওজন, F=mg
= 74.6×9.8
= 731.08N
সরণ s= উচ্চতা = 20×25cm
= 500cm
= 5m
সময়, t =10s
ক্ষমতা, P=?

প্রশ্ন-৭: 270 kg ভরের একটি বোঝা একটি ক্রেনের সাহায্যে 0.1 ms^{-1} বেগে উঠাতে হলে ক্রেনের ক্ষমতা কত?

সমাধান:

আমরা জানি,
P = FV= $2646 \times .1$

$\therefore$ P= 264.6 (h) (উত্তর)

দেওয়া আছে, m=270 kg
F= mg= 270×9.8 = 2646
V= .1 ms^{-1}

P=?

প্রশ্ন-৮: একটি দালানের ছাদের সাথে লাগান 5m লম্বা একটি মই অণুভূমিকের সাথে 30^0 কোণ করে আছে। 60kg ভরের এক ব্যক্তি 20kg ভরের বোঝা নিয়ে 10s এ ছাদে উঠেন। তার অশ্ব ক্ষমতা বের কর।

সমাধান:

আমরা জানি,

$P = \frac{W}{t}$ ....(i)

এখন কাজ, W = Fs cosθ

= 784×5×cos60

= 1960J

$\therefore\ P = \frac{1960}{10} = 169W$

$\Rightarrow\ P = \frac{196}{746} H.P = .26HP$ (উত্তর)

দেওয়া আছে,

বল, F = $(m_1+m_2)g$

= (80+20)g

= 80×9.8

s= 5 m

কোণ θ = মই ও উলম্বের অন্তর্ভূক্ত কোণ

= $90^0 - 30^0 = 60^0$

t = 10s

ক্ষমতা, P=?

প্রশ্ন-৯: কোন কুয়া থেকে 20m উপরে পানি তোলার জন্য 6kW এর একটি পাম্প ব্যবহার করা হচ্ছে। পাম্পের ক্ষমতা 88.2% হলে প্রতি মিনিটে কত লিটার পানি তোলা যাবে।

সমাধান:

পাম্পের কার্যকর ক্ষমতা

P= 88.2% × P′

$\Rightarrow\ P = \frac{88.2}{100} P'$

$\Rightarrow\ P = \frac{88.2}{100} \times 6000$

⇒ P=32.92 W

আবার আমরা জানি,

$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t}$

$\Rightarrow\ m = \frac{Pt}{gh} = \frac{5292 \times 60}{9.8 \times 20}$

$\Rightarrow\ m = 1620kg$

যেহেতু 1 kg পানির আয়তন, 1 litre

∴ পানির আয়তন, v= 1620 litre (উত্তর)

দেওয়া আছে,

দক্ষতা, η = 88.2%

পাম্পের ক্ষমতা, P′= 6kW=6000J

সরণ, h = 20m

t = 60s

পানির আয়তন, v=?

প্রশ্ন-১০: একটি মোটর মিনিটে 5.5×10^5 kg পানি 100m উপরে উঠাতে পারে। মোটরটির দক্ষতা 70% হলে এর ক্ষমতা নির্ণয় কর।

সমাধান:

আমরা জানি,

$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t}$

আবার,

$P = \frac{70}{100} P'$

$\Rightarrow\ P = .7P'$

দেওয়া আছে,

কার্যকর ক্ষমতা,

$P = \frac{70}{100} P'$

m= 5.5×10^5 kg

t=60s

h= 100m

পাম্বের ক্ষমতা, P′=?

$$\Rightarrow P' = \frac{P}{.7} = \frac{mgh}{t \times .7}$$

$$\Rightarrow P' = \frac{5.5 \times 10^5 \times 9.8 \times 100m}{60 \times .7}$$

$\therefore$ P′ = 1.28×10^{3}W (উত্তর)

প্রশ্ন-১১: 100m গভীর একটি কূয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 1000 kg উঠোনো হয়। যদি ইঞ্জিনটির ক্ষমতা 42% নষ্ট হয়, তাহলে এর অশ্বক্ষমতা কত?

সমাধান:

দেওয়া আছে,
কার্যকর ক্ষমতা,

$$P = \frac{70}{100} P'$$

m= 5.5×10^5 kg
t=60s
h= 100m
পাম্বের ক্ষমতা, P′=?

আমরা জানি,

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fh}{t} = \frac{mgh}{t}$$

আবার,

$$P' = \frac{P}{.58}$$

$$\Rightarrow P' = \frac{mgh}{t \times .58}$$

$$\Rightarrow P' = \frac{1000 \times 9.8 \times 100}{60 \times .58}$$

$$\Rightarrow P' = 2.82 \times 10^4 W$$

$$\Rightarrow P' = \frac{2.82 \times 10^4}{746} H.S$$

$\therefore P' = 37.75 H.P$ (উত্তর)

প্রশ্ন-১২: একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা এবং ব্যাস যথাক্রমে 10m ও 4m। একটি পাম্প 20 মিনিটে কুয়াটিকে পানি শূন্য করতে পারে। পাম্পের অশ্বক্ষমতা নির্ণয় কর।

সমাধান:

দেওয়া আছে,
কুয়ার গভীরতা, ℓ=10m
ব্যাস, d=4m
ব্যাসার্ধ, r= 2m
সময়, t= 20 min = 1200s
পানি ওঠানোর কার্যকর বা গড় উচ্চতা,

$$h = \frac{10}{2} = 5m$$

ক্ষমতা, P=?

আমরা জানি,

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \times h}{t} = \frac{mgh}{t}$$

$$P = \frac{v\rho gh}{t}$$

$$\Rightarrow P = \frac{\pi r^2 \ell \, gh\rho}{t}$$

$$\Rightarrow P = \frac{3.14 \times 2 \times 2 \times 10 \times 9.8 \times 5 \times 1000}{1200}$$

$$\Rightarrow P = 5128.67 W$$

$$\Rightarrow P = \frac{5128.67}{746} H.P$$

$\therefore P = 6.81 H.P$ (উত্তর)

ম্যাথ প্রাকটিস

১। একটি বাক্সকে 50N বল দ্বারা একটি অমসৃণ মেঝের ওপর দিয়ে টানা হচ্ছে। অনুভুমিকের সাথে বলটি 37° কোণ করে ক্রিয়া করে। বাক্সটি ডানদিকে 3m সরে গেল। কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। [উ: 119,8 J]

২। 100 g ভরের একটি বস্তুকে ভূমি হতে 10m উচ্চতা হতে পড়তে দেয়া হল। ভূমি স্পর্শ করার মুহূর্তে বস্তুটির গতিশক্তি বের কর। [উ: 9.8 J]

৩। 40 Kg ভর সম্পন্ন কোন বালিকা মাটি থেকে 15cm উঁচু থেকে লাফিয়ে 60 বার স্কিপিং করল। তার কত শক্তি ব্যয় হল? [উ: 3528 J]

৪। 250 Kg ভরের একটি বোঝা ক্রেনের সাহায্যে 0.1 ms^{-1} বেগে উঠানো হল। ক্রেনের কত ক্ষমতা ব্যয় হল? [উ: 245 W]

৫। 100m গভীর একটি কুয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি মিনিটে পানি 1000 Kg ওঠানো হয়। যদি ইঞ্জিনের ক্ষমতা 20% নষ্ট হয়, তাহলে এর অশ্বক্ষমতা কত? [উ: 27.36 H.P]

৬। একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 12m এবং ব্যাস 1.8m। একটি পাম্প 24 মিনিটে কুয়াটিকে পানি শূন্য করতে পারে। পাম্পের অশ্বক্ষমতা নির্ণয় কর। [উ: 1.67 H.P]

৭। একটি মোটর মিনিটে 25×10^{6} kg পানি 50m উপরে উঠাতে পারে। মোটরটির দক্ষতা 70% হলে এর ক্ষমতা নির্ণয় কর। [উ: 4.86×10^{6} W]

৮। 300 Kg ভরের একটি বস্তুর ভরবেগ 600 Kmg^{-1} হলে এর গতি শক্তি বের কর। [উ: 600 J]

৯। 7 kg ভরের কোন বস্তুকে কত উঁচু থেকে ফেললে এর গতিশক্তি 32 Kmg^{-1} বেগে চলমান 3000 Kg লরীর গতিশক্তির সমান হবে।

১০। কোন কুয়া থেকে 30m উপরে পানি তোলার জন্য 8kW এর একটি পাম্প ব্যবহার করা হচ্ছে। পাম্পের ক্ষমতা 67.2% হলে প্রতি মিনিটে কত লিটার পানি তোলা যাবে। [উ: 1097.14 Kg]

১১। একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 10m এবং ব্যাস 6m। একটি পাম্প 30 মিনিটে কুয়াটিকে পানি শূন্য করতে পারে। পাম্পের ক্ষমতা বের কর। [উ: 7693 W]

চতুর্থ সেকশন

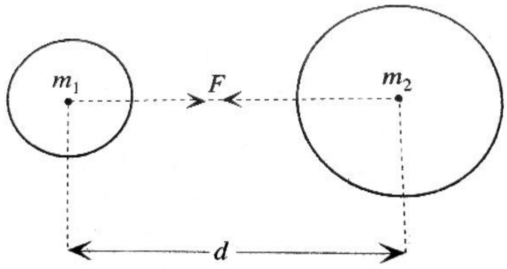
মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

প্রশ্ন-১: নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা করুন।

উত্তর: সূত্র: মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণা একে অপরকে নিজ দিকে আকর্ষণ করে এবং এই আকর্ষণ বলের মান বস্তু কণাদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক এবং এই বল বস্তু কণাদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।

$$F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$\Rightarrow F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$



যদি $m_1 = 1$, $m_2 = 1$ এবং $d = 1$ হয় তাহলে $F=G$

$\therefore$ একক ভরের দ্রুটি বস্তকণা একক দূরত্ব থেকে যে বলে পরস্পরকে আকর্ষণ করে তার মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

মাত্রা $= G \Rightarrow \dfrac{Fd^2}{m_1 m_2} = \dfrac{MLT^{-2}L^2}{M^2} = L^3 m^{-1} T^{-2}$

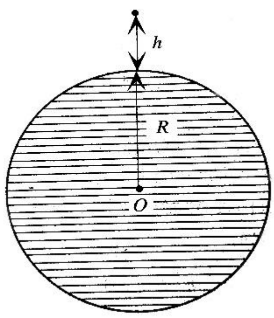
Note: G এর মান 6.673×10^{-11} $Nm^2\times kg$ বলতে বুঝায়, 1 kg ভরের দুটি বস্তু 1m দূরে স্থাপন করলে এগুলো পরস্পরকে $6673\times10^{-11}N$ বলে আকর্ষণ করে।

প্রশ্ন-২: ভূপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় কোন বিন্দুতে g এর মান নির্ণয় করুন। (২০১১, ২০১২, ২০১৭)

উত্তর:

আমরা জামি, পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \dfrac{GM}{R^2}$

h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ $g' = \dfrac{GM}{(R+h)^2}$



এখন $\dfrac{g'}{g} = \dfrac{R^2}{(R+h)^2} \quad \therefore g' = \dfrac{R^2}{(R+h)^2}.g$ ....(i)

$$\Rightarrow g' = \frac{1}{(1+\frac{h}{R})^2}.g$$

$$\Rightarrow g' = (1+\frac{h}{R})^{-2}.g$$

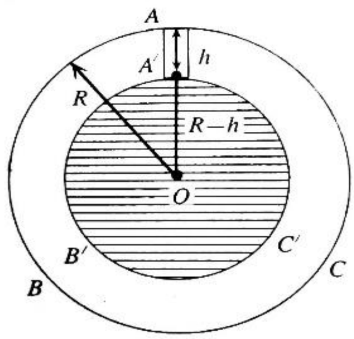
এখন h <<R হলে $\left(1+\dfrac{h}{R}\right)^{-2}$ কে দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে বিস্তৃত করে এবং $\dfrac{h}{R}$ খুব ক্ষুদ্র হলে

$$g' = \left(1-\frac{2h}{R}\right)g$$

সুতরাং ভূ-পৃষ্ঠ হতে যত উপরে উঠা হয় g এর মান কমতে থাকে।

প্রশ্ন-৩: পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোন স্থানে g এর মান অথবা দেখাও যে, পৃথিবীর কেন্দ্রে g এর মান শূন্য। (২০১৫)

উত্তরঃ ABC পৃথিবী, O কেন্দ্র। পৃথিবীকে R ব্যাসার্ধের মোটামুটি গোলক বিবেচনা করি।



পৃথিবীর আয়তন, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

ভর, $M = V\rho = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$

$\therefore$ ভূপৃষ্ঠ A বিন্দুতে

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{G}{R^2} \times \frac{4}{3}\pi R^3 \rho = \frac{4}{3}G\pi R\rho \text{ ....(i)}$$

ধরি, পৃথিবীর অভ্যন্তরে A' বিন্দুতে কোন বস্তু আছে। এখন এই গোলকের আয়তন V′ এবং ভর M′ হলে

$$V' = \frac{4}{3}\pi(R-h)^3$$

$$M' = V\rho = \frac{4}{3}\pi(R-h)^3\rho$$

$$g' = \frac{4}{3}G\pi(R-h)\rho \text{ ....(ii)}$$

এখন (i) এবং (ii) থেকে

$$\frac{g'}{g} = \frac{R-h}{R}$$

$$\Rightarrow g' = g\left(1 - \frac{h}{R}\right) \text{ ....(iii)}$$

$\therefore$ ভূপৃষ্ঠ হতে যত নিচে যাওয়া যাবে g এর মান কমতে থাকবে

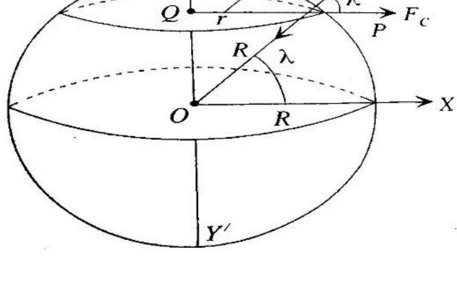
এখন পৃথিবীর কেন্দ্র O বিন্দুতে h=R

$\therefore$ (iii) $\Rightarrow$ g′ = g× 0=0

$\therefore$ পৃথিবীর কেন্দ্রে g এর মান শূণ্য। (**প্রমাণিত**)

প্রশ্ন-৪: পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য g এর মান আলোচনা করুন। (২০১২)

উত্তরঃ



ভূ-পৃষ্ঠের সবকিছুই সমান কৌণিক বেগ $\omega = \frac{2\pi}{T}$ নিয়ে পৃথিবী অক্ষ YOY′ যে কেন্দ্র করে ঘুরছে।

এই ঘূর্ণণের জন্য ভূ-পৃষ্ঠের প্রতিটি বস্তুর উপর একটা কেন্দ্রবিমুখী বল ক্রিয়া করে।

মনে করি, ভূ-পৃষ্ঠে γ অক্ষাংশে অবস্থিত P যেকোন একটি বিন্দু। এই বিন্দুতে m ভরের বস্তু আছে। এখন এই বস্তুর উপর কেন্দ্রবিমুখী বলের মান,

$$Fc = \frac{mv^2}{r}$$

এই কেন্দ্রবিমুখী বল বস্তুকে তার বৃত্তপথের স্পর্শক বরাবর ছিটকে ফেলতে চায়। এই কেন্দ্রবিমুখী বলকে নাকচ করার জন্য বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের একটি অংশ ব্যয় করতে হয়।

$\therefore$ P বিন্দুতে PO বরাবর অভিকর্ষ বল

$$F = mg = m\frac{GM}{R^2}$$

কিন্তু P বিন্দুতে PS বরাবর কেন্দ্রতিগ বলের উপাংশ

$$Fc\lambda = Fc\cos\lambda$$

সুতরাং P বিন্দুতে কার্যকর অভিকর্ষ বল হচ্ছে

$$F_\lambda = F - Fc\lambda$$

$$\Rightarrow mg_\lambda = mg - Fc\cos\lambda$$

$$\Rightarrow mg_\lambda = mg - \frac{mv^2}{r}\cos\lambda$$

$$\Rightarrow g_\lambda = g - \frac{v^2}{r}\cos\lambda \quad [v=r\omega=R\cos\lambda\omega]$$

$$\Rightarrow g_\lambda = g - \frac{R^2\cos^2\lambda\omega^2}{R\cos\lambda}\cos\lambda$$

$$\therefore \boxed{g_\lambda = g - \omega^2 R\cos^2\lambda} \text{.................(i)}$$

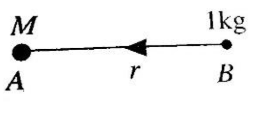
(i) নং সমীকরণ থেকে বিষুব রেখায় $\boxed{\lambda = 0}$ $\therefore$ $\boxed{\cos 0^0 = 1}$

$\therefore \boxed{g_\lambda = g - \omega^2 R}$ পুনরায় মেরু রেখায় $\boxed{\lambda = 90}$ $\therefore$ $\boxed{\cos 90^0 = 0}$

$\therefore \boxed{g_\lambda = g}$ মেরু অঞ্চলের g এর মান বেশি।

প্রশ্ন-৫: মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র কাকে বলে? মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে প্রাবল্যের রাশিমালা নির্ণয় করুন।

উত্তর: মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র: কোন বস্তুর আশেপাশে যে অঞ্চলব্যাপি এর মহাকর্ষীয় প্রভাব বজায় থাকে, অর্থাৎ অন্য কোন বস্তু আনলে সেটি আকর্ষণ বল লাভ করে তাকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।



রাশিমালা: ধরি, A বিন্দুতে M ভরের ১টি বস্তু আছে। এর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে r দূরত্বে B বিন্দুতে একক ভরের ১টি বস্তু স্থাপন করা হল। এখন এই একক ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল তথা মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য = নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্রানুসারে-

$$F_G = G\frac{M\times 1}{r^2} = \frac{GM}{r^2}$$

প্রশ্ন-৬: মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে? এর রাশিমালা প্রতিপাদন করুন। (২০১৪)

উত্তর: মহাকর্ষীয় বিভব: অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের কোন বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

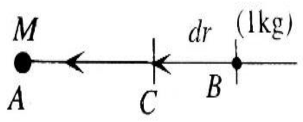
$$V = \frac{W}{m}$$

রাশিমালা: A বিন্দুতে M ভরের বস্তু অবস্থিত। A বিন্দু হতে r দূরত্বে অবস্থিত B বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় করতে হবে। AB যোগ করি।

B বিন্দুতে একক ভর স্থাপন করলে তার উপর ক্রিয়াশীল মহাকর্ষীয় বল,

$$F = G\frac{M \times 1}{r^2} \Rightarrow F = \frac{GM}{r^2}$$

এখন ধরি, B বিন্দুর বিভব V। এখন ক্ষুদ্র দূরত্ব dr সরিয়ে c-তে আনলে কৃত কাজ হবে Fdr $\cos 0^0$ এবং বিভবের পরিবর্তন dv ও হবে তাই। সুতরাং



$$dv = Fdr\cos 0^0 = Fdr$$

$$\Rightarrow V = \int_{\infty}^{r} Fdr$$

$$\Rightarrow V = GM\int_{\infty}^{r} \frac{dr}{r^2}$$

$$\Rightarrow V = GM\left(-\frac{1}{r}\right)_{\infty}^{r}$$

$$\Rightarrow V = -\frac{GM}{r}$$

এই ঋণাত্মক চিহ্ন নির্দেশ করে মহাকর্ষীয় বিভব সর্বোচ্চ হবে অসীমে এবং অসীমে এর মান হচ্ছে শূন্য।

অসীম থেকে এগুতে থাকলে বিভবের মান কমতে থাকে অর্থাৎ ঋণাত্মক হয়।

প্রশ্ন-৭: মুক্তিবেগ কাকে বলে? মুক্তিবেগের রাশিমালা প্রতিপাদন করুন। (২০১০, ২০১৪, ২০১৭, ২০১৮)

উত্তর: মুক্তিবেগ: সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোন বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর ফিরে আসে না পৃথিবীতে তাকে মুক্তিবেগ বলে।

রাশিমালা: ধরা যাক, m ভরের বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। যখন বস্তু পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে r দূরত্বে থাকে তখন পৃথিবীর আকর্ষণের জন্য কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণ বল লাভ করে। মহাকর্ষ সূত্রানুসারে–

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

এখন M হচ্ছে পৃথিবীর ভর। এখন বস্তুটিকে এই বলের বিরুদ্ধে dr দূরত্বে দূরত্বে সরাতে কাজ করতে হবে

$$dW = Fdr$$

$$\Rightarrow dW = \frac{GMm}{r^2}dr$$

$$\Rightarrow W = \int_{R}^{\infty} \frac{dr}{r^2}GMm$$

$$\Rightarrow W = \frac{GMm}{R}$$ [সমাকলন করে]

∴ বস্তুটিকে এই পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যায় তাহলে নিক্ষেপের মুহূর্তে ন্যূনতম এই পরিমাণ গতিশক্তি থাকবে–

$$\therefore \frac{1}{2}mv_e^2 = \frac{GMm}{R} \Rightarrow V_e = \sqrt{\frac{2Gm}{R}} \Rightarrow V_e = \sqrt{2gR}$$ ইহাই মুক্তিবেগের রাশিমালা।

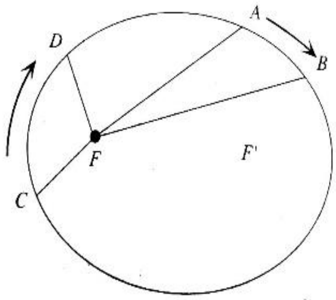
প্রশ্ন-৮: গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্র ব্যাখ্যা করুন। (২০০৯, ২০২৩)

উত্তর:

১ম সূত্র:

কক্ষের সূত্র: প্রতি গ্রহই সূর্যকে একটি ফোকাসে রেখে উপবৃত্তকার পথে ঘুরে।

ABCD উপবৃত্তাকার কক্ষপথ। F ও F′ এই উপবৃত্তের দুটি ফোকাস। সূর্য এই ফোকাস দুটির যেকোন একটিতে থাকবে এবং গ্রহ উপবৃত্তাকার পথে ঘুরবে।



২য় সূত্র:

ক্ষেত্রফলের সূত্র: গ্রহ এবং সূর্যের সংযোজক সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করবে।

সূর্য F ফোকাসে অবস্থিত। গ্রহ যদি $A \to B$ আসতে t সময় এবং $C \to D$ আসতেও t সময় নেয় তাহলে AFB ক্ষেত্রফল = CFD ক্ষেত্রফল।

৩য় সূত্র:

আবর্তনকালের সূত্র: সূর্যের চারিদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

$$T^2 \propto R^3$$

$$\Rightarrow \frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^2} = \frac{T_3^2}{R_3^3} \text{..........= ধ্রুব হবে}$$

প্রশ্ন-৯: কেপলারের সূত্র হতে মহাকর্ষ সূত্র প্রতিপাদন করুন। (২০১৫)

উত্তর: মনে করি, m ভরের একটি গ্রহ সূর্যের চারিদিকে V সমদ্রুতিতে r ব্যাসার্ধের কক্ষপথে ঘুরছে। তাহলে সূর্যের দিকে কেন্দ্রমুখী বল ক্রিয়া করবে

$$F = \frac{mv^2}{r} \text{ ....(i)}$$

যদি সূর্যের চারদিকে বৃত্তাকার পথে গৃহটির আবর্তনকাল T হয়

$$V = \frac{2\pi r}{T} \quad (V = r\omega)$$

$$\text{(i)} \Rightarrow F = \frac{m4\pi^2 r^2}{rT^2}$$

$$\Rightarrow F = \frac{4m\pi^2 r}{T^2}$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{4m\pi^2 r}{F} \text{ .... (ii)}$$

কেপলারের ৩য় সূত্রানুসারে,

$$T^2 \propto r^3$$

$$\Rightarrow T^2 = kr^3$$

$$\Rightarrow \frac{4m\pi^2 r}{F} = kr^3$$

$$\Rightarrow \frac{4\pi^2 m}{F} = kr^2$$

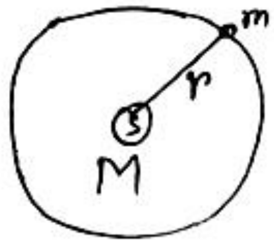
$$\Rightarrow F = \frac{4\pi^2 m}{kr^2}$$

$$\Rightarrow F = k\frac{m}{r^2} \qquad k = \frac{4\pi^2}{k}$$

$\therefore F \infty \frac{m}{r^2}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-১০: মহাকর্ষ সূত্র থেকে কেপলারের সূত্র প্রতিপাদন করুন।

উত্তর: মহাকর্ষীয় সূত্রানুসারে,



$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

কেন্দ্রবিমুখী বল, $Fc = \frac{mv^2}{r}$

শর্তানুসারে,

$$\Rightarrow F = Fc$$

$$\Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{GM}{r} = v^2$$

$$\Rightarrow \frac{GM}{r} = (r\omega)^2 = \left(2\frac{\pi}{T}r\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{GM}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$\Rightarrow T^2 = r^3 \times \frac{4\pi^2}{GM}$$

$\Rightarrow T^2 =$ ধ্রুবক $\times\, r^3$ (যেখানে $\frac{4\pi^2}{GM} =$ ধ্রুবক)

$\therefore T^2 \infty r^3$

অর্থাৎ সূর্যের চারিদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গৃহের গড় দূরত্বের গুণফলের সমানুপাতিক।

মহাকর্ষ ও অভিকর্ষের ম্যাথ

প্রশ্ন-১: 10g এবং 20g ভরের দুটি বস্তুকে 5m দূরে রাখা হল। যদি $G=6.7\times10^{-11}Nm^2kg^{-2}$ হয় তবে বস্তু দুটির মধ্যে বলের মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

আমরা জানি,

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$\Rightarrow$

দেওয়া আছে,

$m_1=10g = 10^{-2}$ kg

$m_2=20g= 2\times10^{-2}$kg

$$F = 6.7\times10^{-11}\times10^{-2}\times2\times2\times10^{-2}/5^2$$

$\therefore$ F= 5.36×10^{-16}N (**উত্তর**)

দূরত্ব, d=5m

G=6.7×10^{-11}Nm^2 kg^{-2}

বল, F=?

প্রশ্ন-২: **মঙ্গলগ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ এবং ভর 0.11 গুণ। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8ms^{-2}। মঙ্গল পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর।**

সমাধান:

আমরা জানি,

$$g = \frac{Gm}{R^2}$$

মঙ্গলের ক্ষেত্রে, $g_m = \frac{GMm}{R_m^2}$ ....(i)

পৃথিবীর ক্ষেত্রে, $g_e = \frac{Gm_e}{R_e^2}$ ....(ii)

দেওয়া আছে,

ধরা যাক, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R_e

$\therefore$ মঙ্গলগ্রহের ব্যাসার্ধ, R_m= .532 R_e

পৃথিবীর ভর, M_e

$\therefore$ মঙ্গলের ভর, M_m= 0.11M_e

ভূ-পৃষ্ঠে, g_0=9.8

মঙ্গল গ্রহে, g_m=?

এখন (i) ও (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$\frac{g_m}{g_e} = \frac{GM_m}{R_m^2}\times\frac{R_e^2}{GM_e}$$

$$\Rightarrow g_m = \frac{M_m}{R_m^2}\times\frac{R_e^2}{M_e}\times g_e$$

$$\Rightarrow g_m = \frac{0.11M_e}{M_e}\times\frac{R_e^2}{(.532R_e)^2}\times9.8$$

$\therefore g_m = 3.8ms^{-2}$ (**উত্তর**)

প্রশ্ন-৩: **পৃথিবীপৃষ্ঠে g এর মান 9.8ms^{-2}, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R=6.4×10^{6}m এবং G=6.67×10^{-11} Nm^{2}kg^{-2} হলে পৃথিবীর ভর নির্ণয় কর।**

সমাধান:

আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\Rightarrow M = \frac{gR^2}{G} = \frac{9.8\times(6.4\times10^6)^2}{6.67\times10^{-11}}$$

$\therefore$ M= 6.02×10^{24}kg (**উত্তর**)

দেওয়া আছে,

g=9.8ms^{-2}

R= 6.4×10^6m

G=6.67×10^{-11}

ভর, M=?

প্রশ্ন-৪: **পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6371 km এবং ভর 5.975×10^{24}kg। পৃথিবীর সর্বোচ্চ পর্বতশৃঙ্গ এভারেস্টের উচ্চতা 8.846 km হলে চূড়ায় g′ এর মান নির্ণয় কর।**

সমাধান:

আমরা জানি,

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$\Rightarrow$

$$g' = \frac{6.673\times10^{-11}\times5.9\times10^{24}}{(6.37\times10^6+8.848\times10^3)^2}$$

$\therefore$ g′= 9.795 ms^{-2} (**উত্তর**)

দেওয়া আছে,

পৃথিবীর ভর, M= 5.975×10^{24} kg

ব্যাসার্ধ, R= 6371km

= 6.371×10^6m

উচ্চতা, h= 8.848×10^3m

g'=?

প্রশ্ন-৫: ভূপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় গেলে সেখানকার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের এক শতাংশ হবে? পৃথিবীকে 6.4×10^6m ব্যাসার্ধের গোলক মনে কর।

সমাধানঃ

ভূ-পৃষ্ঠে $g = \frac{Gm}{R^2}$ ....(i)

h উচ্চতায়, $g' = \frac{Gm}{(R+h)^2}$ ....(ii)

দেওয়া আছে,

ব্যাসার্ধ, R= 6.4×10^6 m

ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ=g

h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ $g' = \frac{g}{100}$

উচ্চতা, h= ?

(i) ও (ii) থেকে

$$\frac{g'}{g} = \frac{G_m}{(R+h)^2}\times\frac{R^2}{G_m} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{g}{100g} = \frac{R^2}{(R+h)^2} \qquad \Rightarrow (R+h)^2 = 100R^2 \Rightarrow R+h = 10R \Rightarrow h = 9R$$

$\Rightarrow h = 9\times6.4\times10^6 = 57.6\times10^6 m$ (**উত্তর**)

প্রশ্ন-৬: 8000km ব্যাসার্ধের কক্ষপথে একটি উপগ্রহের বেগ কত? g=9.8 ms^{-2}

সমাধানঃ

আমরা জানি,

উপগ্রহের বেগ, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}} \quad \left[\because g = \frac{GM}{R^2}\right]$

দেওয়া আছে,

g= 9.8ms^{-2}

কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, R+h= 8000km

= 8×10^6m

উপগ্রহের বেগ, v= ?

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{9.8\times(6.4\times10^6)^2}{8\times10^6}}$$

$\therefore$ v= 1.08×10^3 ms^{-1} (**উত্তর**)

প্রশ্ন-৭: পৃথিবীর ব্যাসার্ধ **R= 6.4×10⁶m** এবং **g= 9.8 ms⁻²** হলে পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কোন বস্তুর মুক্তি বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান:

দেওয়া আছে, ব্যাসার্ধ, $R= 6.4\times10^6$m

$g=9.8ms^{-2}$

মুক্তিবেগ, v_e= ?

আমরা জানি, $v_e = \sqrt{2gR}$

$\Rightarrow v_e = \sqrt{2\times 9.8\times 6.4\times 10^6}$

$\therefore v_e = 11.2kms^{-1}$ অথবা, $11200ms^{-1}$ (**উত্তর**)

প্রশ্ন-৮: **ভূ-পৃষ্ঠে কোন লোকের ওজন 648N হলে তিনি চাঁদে গিয়ে কতটুকু ওজন হারাবেন? পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 এবং 4 গুণ।**

সমাধান:

দেওয়া আছে,

ধরা যাক,

লোকের ভর, m

চাঁদের ভর, M_m

পৃথিবীর ভর, $M_e= 8.1M_m$

চাঁদের ব্যাসার্ধ, R_m

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e=4R_m$

পৃথিবী পৃষ্ঠে ওজন, $W_e= 648N$

চাঁদে পৃষ্ঠে ওজন, W_m

চাঁদে হারানো ওজন, $W=W_e-W_m$

আমরা জানি,

ভূ-পৃষ্ঠে $W_e= mg_e$ ....(i)

চাঁদের পৃষ্ঠে $W_m= mg_m$ ....(ii)

ভাগ করে পাই (ii) নং কে (i) নং দ্বারা

$$\frac{W_m}{W_e} = \frac{g_m}{g_e} \text{ ....(iii)}$$

আবার, আমরা জানি, $g_e = \frac{Gm_e}{R_e^2}$

এবং $g_m = \frac{GM_m}{Rm^2}$

(iii) নং সমীকরণে মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{W_m}{W_e} = \frac{GM_m}{R_m^2}\times\frac{R_e^2}{GM_e} = \frac{M_m}{M_e}\times\left(\frac{R_e}{R_m}\right)^2 = \frac{M_m}{8.1M_m}\times\left(\frac{4R_m}{R_m}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{W_m}{W_e} = \frac{16}{18} \qquad \therefore W_m = \frac{16}{81}\times 648 = 128N$$

$\therefore$ চাঁদে হারানো ওজন, $W = W_e - W_m$

$= (648-128)N = 520N$ (**উত্তর**)

ম্যাথ প্রাকটিস

১। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R=6.37\times10^6$m এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.67\times10^{-11}$ Nm^2kg^{-2} হলে পৃথিবীর ঘনত্ব নির্ণয় কর। g এর মান $9.8ms^{-2}$। [উ: 5.51×10^3 kg m^{-3}]

২। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.38×10^6m এবং অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.8 ms^{-2} হলে পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কোন বস্তুর মুক্তি বেগ বের কর। [উ: 11.18 km s^{-1}]

৩। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.37×10^6m এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক 6.67×10^{-11} Nm^2kg^{-2} হলে পৃথিবীর ভর নির্ণয় কর। পৃথিবীপৃষ্ঠে g এর মান $9.8ms^{-2}$। [উ: 5.97×10^{24} kg]

৪। পৃথিবীকে 6400 km ব্যাসার্ধের একটি গোলক ধরলে ভূপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মানের $\frac{1}{64}$ অংশ হবে? [উ: 4.48×10^4 km]

৫। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6m এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.8 ms^{-2}। ভূপৃষ্ঠ হতে 6.4×10^5m উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান বের কর। [উ: 8.1 ms^{-2}]

৬। পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় g এর মান 4.9 ms^{-2} ? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6m এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.8 ms^{-2}। [**উঃ** 2.65×10^6m]

৭। মঙ্গল গ্রহের ব্যাস 6000 km এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ 3.8 ms^{-2}। মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠ হতে একটি বস্তুর মুক্তি বেগ বের কর। [**উঃ** 4.77 km s^{-1}]

পঞ্চম সেকশন

পদার্থের গাঠনিক ধর্ম

প্রশ্ন-১: সংজ্ঞা লিখুন: স্থিতিস্থাপকতা, স্থিতিস্থাপক সীমা, পীড়ন, বিকৃতি।

উত্তর: স্থিতিস্থাপকতা: বল প্রয়োগে কোন বস্তুর আকার বা আয়তন বা উভয়ের পরিবর্তন ঘটে অর্থাৎ বস্তুর বিকৃতি হয়- তাহলে প্রযুক্ত বল সরিয়ে নিলে যে ধর্মের ফলে বিকৃত বস্তু আগের আয়তন ও আকার ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপকতা বলে।

সীমা: সর্বাপেক্ষা বেশি যে বল প্রয়োগ করে বল অপসারণ করলে বস্তুটি পূর্বাবস্থায় ফিরে যায় তাকে স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

বিকৃতি/strain: বাইরে থেকে বল প্রয়োগের ফলে কোন বস্তুর একক মাত্রায় যে পরিবর্তন হয় তাকে Strain বলে।

আদি মাত্রা =A বল প্রয়োরে ফলে মাত্র = B

মাত্রার পরিবর্তন B~A

$$\therefore \text{বিকৃতি} = \frac{B \sim A}{A}$$

পীড়ন/Stress: বাইরে থেকে বল প্রয়োগের ফলে কোন বস্তুর আকার বা দৈর্ঘ্য বা আয়তনের পরিবর্তন ঘটলে স্থিতিস্থাপকতার জন্য বস্তুর ভিতর থেকে এই বলকে বাধাপ্রদানকারী একটি বলে উদ্ভব হয়। বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের ওপর লম্বভাবে উদ্ভূত এই বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলের মানকে পীড়ন বলে।

$$\text{পীড়ন} = \frac{\text{প্রতিরোধকারী বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{F}{A}$$

পীড়ন $5\times10^5\ Nm^{-2}$ বলতে বুঝায় বস্তুর প্রতি $1m^2$ ক্ষেত্রফলের উপর উদ্ভূত বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলের মান 5×10^5 N.

প্রশ্ন-২: হুকের সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা করুন।

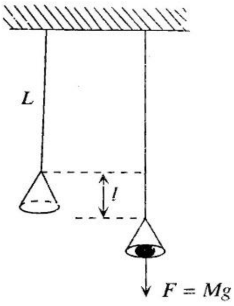
উত্তর: সূত্র: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন এর বিকৃতির সমানুপাতিক।

অর্থাৎ পীড়ন $\propto$ বিকৃতি

$$\Rightarrow \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} = \text{ধ্রুবক}$$

প্রশ্ন-৩: ইয়ং গুণাঙ্ক (Young modulus) এবং দৃঢ়তার গুণাঙ্ক (modulus of ridily) ব্যাখ্যা করুন।

উত্তর: <u>Young Modulus</u>: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের দৈর্ঘ্য গুণাঙ্ক বা ইয়ং গুণাঙ্ক বলে।



$$Y = \frac{F/A}{\ell/L} = \frac{FL}{Al} = \frac{mgL}{\pi r^2 \ell}$$

$\Rightarrow Y = F \quad [A=1, \ell = L$ হলে$]$

<u>Note</u>: ইস্পাতের ইয়াং গুণাঙ্ক $2\times10^{11}Nm^{-2}$ বলতে বুঝায় $1m^2$ ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ইস্পাত দন্ডের দৈর্ঘ্য বরাবর $2\times10^{11}N$ বল প্রয়োগ হলে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি আদি দৈর্ঘ্যের সমান হবে।

দৃঢ়তার গুণাঙ্ক: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর ব্যবর্তন পীড়ন ও ব্যবর্তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক বলে।

দৃঢ়তার গুণাঙ্ক, $n = \frac{\text{ব্যবর্তন পীড়ন}}{\text{ব্যবর্তন বিকৃতি}} = \frac{F/A}{\theta}$

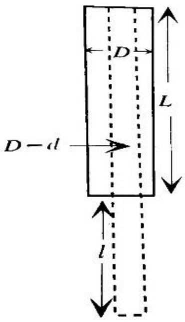
$$\Rightarrow n = \frac{F/A}{\theta}$$

$\Rightarrow$ n=F [যদি $\theta = 1$ একক, A=1]

Note: Al দৃঢ়তার গুণাঙ্ক $2.6\times10^{10}\ Nm^{-2}$ বলতে বুঝায় একটি ঘনকের আকৃতি পরিবর্তন করে ℓ রেডিয়ান ব্যবর্তন উৎপন্ন করতে ঐ ঘনকের পৃষ্ঠের প্রতি বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের উপর $2.6\times10^{10}N$ স্পর্শীনী বল প্রয়োগ করতে হবে।

প্রশ্ন-৪: পয়সনের অনুপাত কাকে বলে ? ব্যাখ্যা করুন। দেখাও যে, $-1<\sigma<1/2$ (২০১২)

উত্তর: <u>পয়সনের অনুপাত</u>: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পার্শ্ববিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের পয়সনের অনুপাত বলে।



$$\sigma = \frac{\frac{d}{D}}{\frac{\ell}{L}} = \frac{dL}{D\ell}$$

$$\text{or, } \sigma = -\frac{\frac{\Delta r}{r}}{\frac{\Delta L}{L_0}} = \frac{\Delta r L_0}{r \Delta L}$$

এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন দ্বারা বুঝানো হয়েছে ΔL ঋণাত্মক হলে Δr ধনাত্মক

আমরা জানি,

$y = 3K(1-2\sigma)$

$\Rightarrow 1-2\sigma > 0 [\because$ k, y ধনাত্মক রাশি$]$

$\Rightarrow 6 < \frac{1}{2}$ ------------(i)

আবার, $y = 2n(1+\sigma)$

$\Rightarrow 1+\sigma > 0 [\because$ y, n ধনাত্মক রাশি$]$

$\therefore\ \sigma > -1$ ------------(ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই।

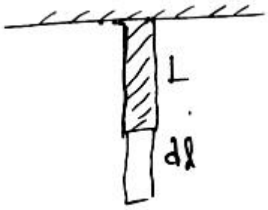
$\therefore\ -1 < \sigma < {}^1/_2$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-৫: প্রমাণ কর যে, সঞ্চিত শক্তি $U = \frac{1}{2}$ ×পীড়ন × বিকৃতি। (২০১০)

উত্তর: ধরি L দৈর্ঘ্য, A ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি তারকে দৃঢ় অবলম্বন হলে ঝুলানো হয়েছে। এখন F বল প্রয়োগে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $d\ell$ হলে, কৃতকাজের পরিমাণ

$$dW = Fd\ell$$

$$\Rightarrow W = \int_0^\ell Fd\ell \text{ ....(i)}$$



আমরা জানি, $Y = \frac{FL}{A\ell}$ $\Rightarrow F = \frac{YA\ell}{L}$

$$\text{(i)} \Rightarrow W = \frac{YA}{L}\int_0^\ell \ell d\ell$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2}\frac{YA\ell^2}{L}$$ [সমাকলন করে]

এখন একক আয়তনে সঞ্চিত বিভব শক্তি বা কৃত কাজ

$$U = \frac{W}{V}$$

$$= \frac{W}{AL}$$

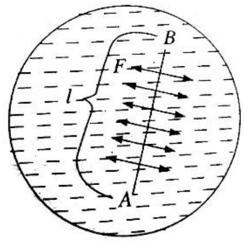
$$= \frac{1}{2}\frac{Y\ell^2}{L^2}$$

$$= \frac{1}{2}\times\frac{Y\ell}{L}\times\frac{\ell}{L}$$

$= \frac{1}{2}$ পীড়ন × বিকৃতি (**প্রমাণিত**)

প্রশ্ন-৬: পৃষ্ঠটান কাকে বলে? পৃষ্টটানের আণবিক তত্ত্ব ব্যাখ্যা করুন। (২০০৯, ২০১১)

উত্তর: পৃষ্ঠটান: কোন তরল পৃষ্ঠের ওপর যদি একটি রেখা কল্পনা করা হয় তবে ঐ রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্য রেখার সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শরূপে রেখার উভয় পাশে যে বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠটান বলে।



__ব্যাখ্যা:__ কোন তরলের পৃষ্ঠের উপর ℓ দৈর্ঘ্যের AB′ রেখার সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শকরূপে রেখার উভয় পাশে F বল ক্রিয়া করলে, পৃষ্ঠটান T হবে

$$T = \frac{F}{\ell}$$

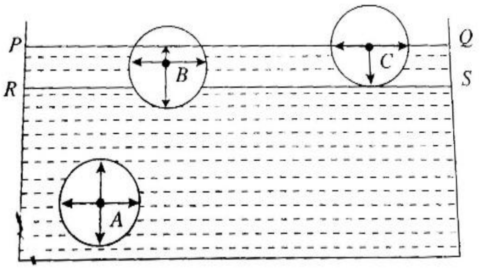
আণবিক তত্ত্ব: আন্তঃ আণবিক বল দুই রকম।

__**সংসক্তি বল:**__ একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে সংসক্তি বল বলে।

__**আসঞ্জন বল:**__ বিভিন্ন পদার্থের অণুর ভেতর পারস্পরিক আকর্ষণ বল।

- **আণবিক আকর্ষণের পাল্লা:** দুটি অণুর ভিতর সংসক্তি বল সর্বোচ্চ যে দূরত্ব পর্যন্ত অনুভূত হয়। এর মান 10^{-10}m।
- কোন অণুকে কেন্দ্র করে এর আণবিক আকর্ষণের পাল্লার সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে কোন গোলক কল্পনা করলে ঐ গোলককে ঐ অণুর প্রভাব গোলব বা পাল্লা গোলক বলে।
- কেন্দ্রের অণুটি এর প্রভাব গোলকের মধ্যস্থ অণুগুলো দ্বারাই প্রভাবিত হয়। গোলকের বাইরের কোন অণুর সাথে এই অণুর কোন সংসক্তি বল নেই বললেই চলে।

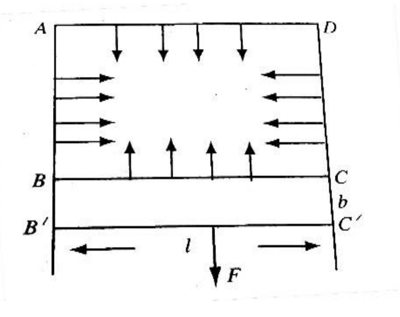
মনে করি, A, B, C তিনটি তরলের অণু।



- A অণুটি তরলের গভীরে আছে। সে জন্য সকল অণু দ্বারা চতুর্দিকে সমানভাবে আকৃষ্ট হচ্ছে। সেজন্য সংসুক্তি বলের লব্ধি শূন্য।
- B অণুটি নিচের দিকে বেশি সেজন্য B অণুটি নিম্নমুখী লব্ধি বল অনুভব করবে।
- C অণুটি তরলের মুক্ত তলে অবস্থিত। সেই জন্য C অণুটি সর্বাধিক নিম্নমুখী বল দ্বারা আকর্ষিত হবে।
- PQ-RS সমান্তরাল রেখার ভিতর অণুগুলো সংসক্তি বলের দরুণ নিম্নমুখী টান অনুভব করবে। এই নিম্নমুখী টানের মান RS থেক যতই উপরে যাওয়া যাবে ততই বাড়তে থাকবে এবং মুক্ত তলে এর মান সর্বাধিক হবে।
- RS এর নিচ থেকে উপরে অণু উপরে আনতে নিম্নমুখী সংসক্তি বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হবে এবং এই কাজ অণুটির বিভব শক্তি বৃদ্ধি করে।
- আমরা জানি, সকল বস্তুই সর্বনিম্ন বিভবে শক্তিতে আসতে চাই। RS-PQ অণুগুলের বিভব শক্তি কমাতে হলে মুক্ত পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল হ্রাস করতে হবে।
- কাজেই তরলের মুক্ত পৃষ্ঠ সর্বদা তার ক্ষেত্রফল হ্রাস করতে চাই এবং সংকুচিত হতে চাই, ফলে মুক্ত পৃষ্ঠটি একটি টান টান স্থিতিস্থাপক পর্দার ন্যায় আচরণ করে এবং টান অবস্থায় থাকে। এই টান তরলের পৃষ্ঠের স্পর্শক বরাবর ক্রিয়া করে।

প্রশ্ন-৭: পৃষ্ঠশক্তি কাকে বলে? পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তির মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করুন। (২০১২, ২০১৮, ২০১৯)

উত্তর: পৃষ্ঠশক্তি: সমোষ্ণ অবস্থায় কোন তরলের মুক্ততলের একক ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির জন্য সম্পন্ন কাজের পরিমাণ তথা মুক্ততলের একক ক্ষেত্রফলে সঞ্চিত বিভব শক্তিকেই পৃষ্ঠশক্তি বলে।



ব্যাখ্যা: কোন তরলের মুক্ত তলের ক্ষেত্রফল ΔA পরিমাণ বৃদ্ধি করতে যদি W পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হয় তাহলে পৃষ্ঠশক্তি,

$$E = \frac{W}{\Delta A}$$

সম্পর্ক: মনে করি, ABCD একটি তারের ফ্রেম। এর BC বাহুটি AB ও DC বাহু বরাবর অবাধে চলাচল করতে পারে। তারটিকে সাবান পানিতে ডুবিয়ে তুলে আনলে এর মাঝখানে একটি পাতলা পর্দা আটবে থাকবে।

এই পর্দা পৃষ্ঠটানের জন্য BC বাহুকে AD দিকে অগ্রসর হবে। সুতরাং BC বাহুকে এর নিজ স্থানে রাখার জন্য বিপরীত দিকে বল প্রয়োগ করতে হবে।

BC বাহুর দৈর্ঘ্য ℓ হলে AD এর দিকে BC বাহুর টান-

$F=\ell\times T+\ell T$ [পদার উপরে এবং নিচে দুটি পৃষ্ঠ)

$\Rightarrow F= 2\ell \times T$

সুতরাং BC বাহুকে নিজ অবস্থানে রাখতে প্রয়োজনীয় বল, $F=2\ell T$

এখন BC তারকে ক্ষুদ্র দূরত্ব b সরিয়ে $B'C'$ আনতে সম্পাদিত কাজ

$W=Fb$

$\Rightarrow W= 2\ell Tb$.............(i)

এর ফলে পর্দার উভয় পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ℓb পরিমাণ বৃদ্ধি পাবে। সুতরাং ABCD পর্দার মোট ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি $\Delta A= 2\ell b$

(i) নং সমীকরণ থেকে $\Rightarrow W= 2\ell Tb$

$\therefore W= \Delta AT$

$\therefore$ পৃষ্ঠটানের বিরুদ্ধে প্রতি একক ক্ষেত্রফল বৃদ্ধিতে কৃত কাজ বা পৃষ্ঠশক্তি

$$E=\frac{W}{\Delta A}$$

$$\Rightarrow E=\frac{\Delta AT}{\Delta A}$$

$\Rightarrow E=T$

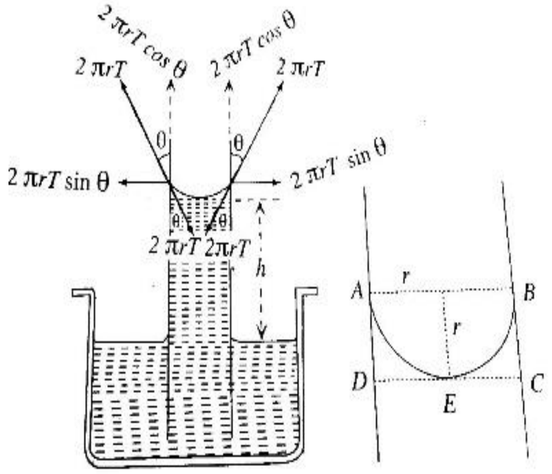
সুতরাং কোন তরলের পৃষ্ঠশক্তি তার পৃষ্ঠটানের সমান।

প্রশ্ন-৮: স্পর্শ কোণ কাকে বলে? কৌশিক নলে তরলের উত্থানের ফলে পৃষ্ঠটানের রাশিমালা নির্ণয় করুন। (২০১০)

উত্তর: স্পর্শ কোণ: কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু থেকে বক্র তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন পদার্থের সাথে তরলের ভিতরে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উক্ত কঠিন ও তরলের স্পর্শ কোণ বলে।

* যেসব তরল কঠিনকে ভেজায় তাদের বেলায় স্পর্শ কোণ সূক্ষ্মকোণ আর না ভেজালে স্থুলকোণ।

* ১টি কৈশিক নলকে তরলের ভিতর খাড়াভাবে ডুবিয়ে রাখলে নলের মধ্যে তরল খানিকটা উপরে ওঠে এবং তরল তার অবতল আকার ধারণ করে।



ধরি,

* তরল ও কঠিনের স্পর্শ কোণ= θ
* তরল তল যেখানে নলের মধ্যে নলকে স্পর্শ করেছে সেখানে নলের ব্যাসার্ধ= r
* নলের বাইরের তরল তল থেকে নলের ভিতরের তরলের নিম্ন পর্যন্ত উচ্চতা= h
* তরলের ঘনত্ব = ρ এবং
* তরলের পৃষ্টটান = T

❑ স্পর্শক বরাবর T ভিতরের দিকে ক্রিয়া করবে। যদি কৈশিক নলের পরিধি $2\pi r$ হয় তাহলে পৃষ্ঠটানের জন্য নলের দেয়াল স্পর্শক বরাবর ভিতরের দিকে $2\pi rT$ বল অনুভব করবে।
নিউটনের গতির ৩য় সূত্রানুযায়ী দেয়ালও তরলের ওপর এর বিপরীত দিকে সমান বল $2\pi rT$ প্রয়োগ করবে।

$2\pi rT$ কে দুটি উপাংশ বিভাজিত করলে উপরের দিকে $2\pi rT\cos\theta$ এর সাথে লম্বভাবে অনুভূমিক বরাবর বাইরের দিকে $2\pi rT\sin\theta$ পাওয়া যায়। নলের ব্যাসের বিপরীত দিকে ক্রিয়া করার ফলে $2\pi rT\sin\theta$ উপাংশগুলো জোড়ায় জোড়ায় পরস্পরকে নাকচ করে দেবে।

$\therefore$ তরলের উপরে মোট উর্ধ্বমুখী বল= $2\pi rT\cos\theta$

এই উর্ধ্বমুখী বলের প্রভাবে তরল স্তম্ভ কৈশিক নলের মধ্যে উপরে উঠতে থাকে। সুতরাং যখন এই বল তরল স্তম্ভের ওজনের সমান হয় তখন স্যাম্যবস্থার সৃষ্টি হয়।

* বাইরের তরল তল হতে তরল স্তম্ভের নিম্ন পর্যন্ত উচ্চতা = h

* তরল স্তম্ভের আয়তন = πr^2h+বক্র অংশের আয়তন v

$\therefore$ নলের মধ্যস্থিত তরল স্তম্ভের মোট আয়তন = πr^2h+v

ওজন $W= mg$

$= v\rho g$

$= (\pi r^2h+v)\rho g$

এখন সাম্যবস্থায় $2\pi rT\cos\theta = (\pi r^2h+v)\rho g$

$$\Rightarrow T = \frac{(\pi r^2h+v)\rho g}{2\pi r\cos\theta} \text{ ....(i)}$$

এখন v= ABCD সিলিন্ডারের আয়তন AEB অর্ধগোলকের আয়তন (চিত্র-a)

$$V = \Rightarrow \pi r^2 r - \frac{1}{2}\,\frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\Rightarrow \pi r^3 - \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\pi r^3$$

$$\text{(i)} \Rightarrow T = \frac{(\pi r^2h+\frac{1}{3}\pi r^3)\rho g}{2\pi r\cos\theta}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\pi r^2(h+\frac{r}{3})\rho g}{2\pi r\cos\theta}$$

$$\Rightarrow T = \frac{rh\rho g}{2\cos\theta}$$ [কৈশিক নল সরু এবং r খুব কম হলে]

বিশুদ্ধ পানি ও পরিষ্কার কাচের স্পর্শককোণ প্রায় 0^0 হওয়ায় $\cos 0^0=1$ ধরা হয়।

$$\therefore T = \frac{rh\rho g}{2}$$

প্রশ্ন-৯: সান্দ্রতা কাকে বলে? তরল গতির ধারাবাহিকতার সমীকরণ প্রতিপাদন করুন।

অথবা, বেগের গতির সান্দ্রতা ক্ষেত্রে নিউটনের সূত্র লিখুন।

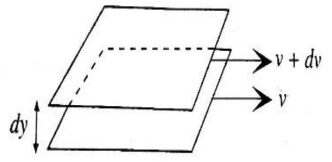
অথবা, প্রবাহীর সান্দ্রতা সহগ সম্পর্কে আলোচনা করুন এবং মাত্রা সমীকরণ বের করুন।

উত্তর: সান্দ্রতা: যে ধর্মের দরুন কোন প্রবাহীর বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতিতে বাধার সৃষ্টি হয় তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা বলে।

নিউটনের সূত্র: প্রবাহীর দুটি স্তরের মধ্যে আপেক্ষিক বেগ থাকলে প্রবাহের বিপরীত দিকে যে স্পর্শকীয় সান্দ বল ক্রিয়া করে নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় তার মান (F) = * প্রবাহীর স্তরদ্বয়ের ক্ষেত্রফল (A)

* তাদের মধ্যকার বেগের নতি $\frac{dv}{dy}$ এর সমানুপাতিক

সুতরাং $F \propto A$ যখন $\frac{dv}{dy}$ স্থির, $F \propto \frac{dv}{dy}$ যখণ A স্থির



$\therefore\ F \propto A\frac{dv}{dy}$ যখন উভয় পরিবর্তনশীল

$\Rightarrow\ F = \eta\frac{dv}{dy}$ η = coefficient of visicosity

$\Rightarrow F = \eta$ (যদি A=1 এবং $\frac{dy}{dy} = 1$ হয়)

সান্দ্রতা সহগ: নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় প্রবাহীর দুটি স্তরের মধ্যে বেগের নতি একক রাখতে প্রবাহী স্তরের প্রতি একক ক্ষেত্রফলে যে স্পর্শকীয় বলের প্রয়োজন হয় তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা সহগ বলে।

মাত্রা সমীকরণ: $\eta = \frac{F}{A\frac{dv}{dy}} = \Rightarrow \frac{MLT^{-2} \times L}{L^2 LT^{-1}} = ML^{-1}T^{-1}$

প্রশ্ন-১০: সান্দ্রতার উপর তাপমাত্রা ও চাপের প্রভাব আলোচনা করুন।

উত্তর: তাপমাত্রার প্রভাব:

* **তরলের সান্দ্রতা:** সঠিক সূত্র নেই $\log\eta = A + \frac{B}{T}$ A, B= ধ্রুবক
* **গ্যাসের সান্দ্রতা:** বৃদ্ধি পায় $\eta \propto \sqrt{T}$

চাপের প্রভাব:

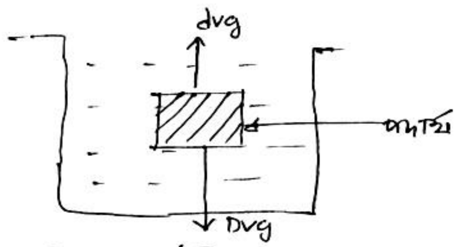
* তরলের সান্দ্রতা: বৃদ্ধি পায়
* গ্যাসের সান্দ্রতা: প্রভাব নেই

প্রশ্ন-১১: আর্কিমিডিসের সূত্র উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

উত্তর: আর্কিমিডিসের সূত্র: যদি কোন পদার্থকে তরলে নিমজ্জিত করা হয় তাহলে পদার্থটি কিছু ওজন হারায়। আর এই ওজন হচ্ছে অপসৃত তরলের ওজনের সমান বা তার ভরের সমান।

ব্যাখ্যা: চিত্রে একটি বস্তুকে তরলে নিমজ্জিত করা হয়েছে যার ভর M, আয়তন V, এবং ঘনত্ব D। এই বস্তুটি অভিকর্ষ বলের প্রভাবে নিচের দিকে বল প্রয়োগ করবে সেই বলের মান

$F_{obdject}$= Mg= D×v×g $\left[\because \rho = \frac{m}{V}\right]$



চিত্র: আর্কিমিডিসের সূত্র

এখন বস্তুটি নিমজ্জিত করার ফলে অপসৃত তরল বস্তুটিকে অভিকর্ষ বলের বিপরীত দিকে আরেকটি বল প্রয়োগ করবে। যাকে লেখা যায়-

Fw=d×v×g এটাকে প্লবতাও বলা হয়

এখন নীট ওজন হবে $= F_{object} - Fw$

$= Dvg - dvg$

$= vg\ (D-d)$

$= v(D-d)\ g$

এখন হারানো ভর = আদি ভর – বর্তমান ভর

$= M - v(D-d) = Dv - dv + vd$

$= vd$

= অপসৃত পানির ভর

প্রশ্ন-১২: স্টোকসের সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা করুন।

উত্তর: <u>স্টেকসের সূত্র</u>: স্টোকস প্রমাণ করেন r ব্যাসার্ধের কোন গোলক তরলের ভিতর দিয়ে চলার সময় v বেগ প্রাপ্ত হলে তরলের সান্দ্রতার জন্য গোলকের গতিকে বাধাদানকারী বল F হবে।

$$F=6\pi r\eta v$$

এই বল গোলকটি যে দিকে ক্রিয়াশীল তার বিপরীত দিকে ক্রিয়া করবে।

এই সমীকরণটি স্টোকস ১ম প্রতিপাদন করেন তাই এর নাম হয় স্টোকসের সমীকরণ। মনে রাখতে হবে যে,

(i) এই সমীকরণ শুধু অসীম বিস্তৃতির প্রবাহীর বেলায় ঘটে।

(ii) যদি গোলকটি অত্যন্ত দ্রুত চলতে থাকে তাহলে এই সূত্র ভালো থাকবে না।

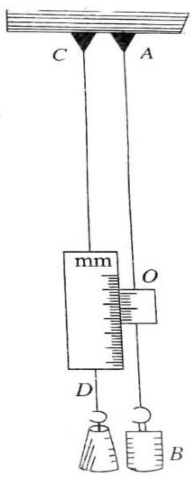
প্রশ্ন-১৩: ইয়ং এর গুণাঙ্ক নির্ণয়ে যেকোন একটি পদ্ধতি বর্ণনা করুন।

উত্তর: <u>ভার্নিয়ার পদ্ধতি</u>:

<u>তত্ত্ব</u>: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক Y বলে।

আমরা জানি, $Y = \frac{F/A}{\ell/L} - \frac{FL}{A\ell}$

$\Rightarrow Y = \frac{mgL}{\pi r^2 \ell}$ ....(i)



উপরিউক্ত সমীকরণের ডানদিকের রাশিগুলো পরীক্ষার সাহায্যে বের করে। আমরা ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় করতে পারি।

<u>যন্ত্রের বর্ণনা</u>: যে পদার্থের ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় করতে হবে সেই পদার্থের একই ব্যাসের দুটি তার AB ও CD একটি দৃঢ় অবলম্বন হতে ঝুলানো হলো।

- CD তারের সাথে mm দাগাঙ্কিত একটি প্রধান স্কেল এবং AB তারের সাথে ভার্নিয়ার স্কেল এমনভাবে আটকানো আছে যাতে ভার্নিয়ার স্কেলটি প্রধান স্কেলের গা বেয়ে বাধাহীনভাবে ওঠানামা করতে পারে।
- CD তারের স্কেলের নিচে একটি হুক লাগানো আছে। হৈ হুকের সাথে একটি ওজন ঝুলিয়ে CD তারটি টান টান করে রাখা হয়। AB তারের হুকেও একটি স্থির ওজন চাপিয়ে একে টান টান করে রাখা হয়।

<u>দৈর্ঘ্য নির্ণয়</u>: একটি মিটার স্কেলের সাহায্যে AB এর ঝুলন বিন্দু A থেকে ভার্নিয়ার স্কেলের শুন্য দাগ O পর্যন্ত দৈর্ঘ্য AO যোগে নেয়া হল। এটি হল তারের আদি দৈর্ঘ্য L।

<u>ব্যাসার্ধ নির্ণয়</u>: স্ক্রু গজের সাহায্যে AB তারের বিভিন্ন জায়গায় ব্যাস মেপে নিয়ে গড় ব্যাস d নির্ণয় করা হল। এখন গড় ব্যাসকে দুই দিয়ে ভাগ দিয়ে ব্যাসার্ধ r পাওয়া যায়।

<u>অসহ ভার নির্ণয়</u>: ব্যাসার্ধ নির্ণয়ের পর প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $A=\pi r^2$ বের করা হয়। এখন প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলকে তারের অসহ পীড়ন দিয়ে গুণ করলে অসহ ভার পাওয়া যাবে।

<u>ভার ও দৈর্ঘ্য সম্প্রসারণ নির্ণয়</u>: এখন প্রধান স্কেল ও ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ দেখে নেয়া হল। এটি হচ্ছে আদি পাঠ। এরপর AB তারের হুকে আধা kg তার ঝুলানো হলো। ফলে AB তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাওয়ায় প্রধান স্কেল ও ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ পুনরয় নেয়া হল।

এভাবে ক্রমান্বয়ে আধা kg ভর বৃদ্ধি করে প্রধান স্কেল এবং ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ নেওয়া হয়।

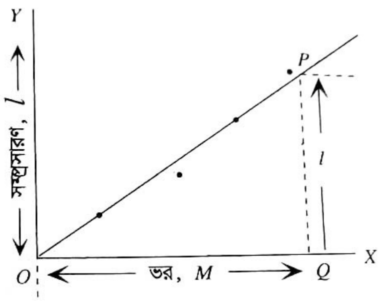
একইভাবে আধা kg ভর হ্রাস করে পুনরায় দুই স্কেলের পাঠ নেয়া হয়। অর্থাৎ আধা kg জন্য দুইবার স্কেলের পাঠ পাওয়া যায়। এইভাবে ভার বৃদ্ধি বা হ্রাসের মাধ্যমে গড় পাঠ থেকে সংশ্লিষ্ট ভারের জন্য দৈর্ঘ্য সম্প্রসারণ পাওয়া যায়।
এভাবে আমরা বিভিন্ন ভার এবং তার জন্য দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নির্ণয় করাা হয়।

লেখ অঙ্কন:

X অক্ষ বরাবর ভর M এবং Y অক্ষ বরাবর দৈর্ঘ্য সম্প্রসারণ ℓ নিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করলে মূল বিন্দুগামী একটি সরলরেখা পাওয়া যায়।

এই লেখের উপর যেকোন একটি বিন্দু P নেওয়া হল। P থেকে OX রেখার

উপর Pθ লম্ব টানলে Oθ=M ভারে জন্য Pθ=ℓ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাওয়া যাবে।



ফলাফল:

এখন $Y = \frac{mgL}{\pi r^2 \ell}$ সমীকরণে m, g, L, r, ℓ এর মান বসিয়ে হিসাব Y এর মান পাওয়া যাবে।

সতর্কতা:

i. তার দুটি একই পদার্থের এবং একই দৈর্ঘ্যের হওয়া উচিত।
ii. তার টান টান রাখতে হবে।
iii. অসহ ওজনের অর্ধেকের বেশি ওজন চাপানো হয় না।

পদার্থের গাঠনিক ধর্মের ম্যাথ

প্রশ্ন-১: পানির উপরিতলে আলতভাবে রাখা 3cm দীর্ঘ একটি সূচকে টেনে তুলতে সর্বাধিক যে বলের প্রয়োজন হয় তা বের কর। পানির পৃষ্ঠটান $72\times10^{-3}Nm^{-1}$.

সমাধান:

আমরা জানি,
$F = T\times\ell + T\times\ell = 2T\ell$ [∵ দুটি তল]
$\Rightarrow$ F= $2\times72\times10^{-3}\times3\times10^{-2}$
$\therefore$ F= 4.32×10^{-3}N (**উত্তর**)

দেওয়া আছে,
সূচের দৈর্ঘ্য, ℓ=3cm=3×10^{-2}m
পৃষ্ঠটান, T=$72\times10^{-3}Nm^{-1}$
বল, F=?

প্রশ্ন-২: 10^{-6}m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট 2500টি পানির ক্ষুদ্র ফোটা মিলে একটি বড় ফোঁটা তৈরি করল। এতে নির্গত শক্তির পরিমাণ নির্ণয় কর। পানির পৃষ্ঠটান $72\times10^{-3}Nm^{-1}$

সমাধান:

আমরা জানি,
W=ΔA×T = $4\pi(Nr^2-R^2)T$
এখন
$2500\times\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$
$\Rightarrow R^3 = 2500 r^3$
$\Rightarrow R = 13.57 r$
$\Rightarrow R = 6.785\times10^{-6} m$

দেওয়া আছে,
ক্ষুদ্র ফোটার ব্যাসার্ধ,
$r = \frac{1\times10^{-6}}{2} = .5\times10^{-6} m$
পৃষ্ঠটান, T= $72\times10^{-3}Nm^{-1}$
ফোঁটার সংখ্যা, N= 2500
বৃহৎ ফোটার ব্যাসার্ধ, R=?
নির্গত শক্তি,W=?

$\therefore W = 4\times3.1416[2500\times(0.5\times10^{-6})^2 - (6.785\times10^{-6})^2]\times72\times10^{-3}$
= $5.24\times10^{-10} J$ (**উত্তর**)

প্রশ্ন-৩: **2mm ব্যাসের পানির গোলককে ভেঙ্গে দশ লক্ষ সমআয়তন ক্ষুদ্র ফোঁটা তৈরি করলে কী পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হবে?**

সমাধান:

$W=\Delta AT$

$\Rightarrow 4\pi(Nr^2-R^2)T$

এখন

$$10^6\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\Rightarrow r=\frac{R}{100}=\frac{10^{-3}}{100}=10^{-5}$$

$$\therefore W=4\times 3.1416[10^6\times(10^{-5})^2-(10^{-3})^2]\times 72=10^{-3}$$

$W=8.95\times 10^{-5}J$ (উত্তর)

দেওয়া আছে,
বড় ফোটার ব্যাসার্ধ, $R=10^{-3}m$
ছোট ফোটার ব্যাসার্ধ, r=?
পৃষ্ঠটান, $T=72\times 10^{-3}Nm^{-1}$
ফোটার সংখ্যা, $N=10^6$
কাজ, W=?

প্রশ্ন-৪: **একটি সাবানের বুদবুদের ব্যাসার্ধ 0.01m হতে বাড়িয়ে 0.1m করা হয়। সম্পন্ন কাজের পরিমাণ বের কর। পৃষ্ঠটান $26\times 10^{-3}Nm^{-1}$**

সমাধান:

আমরা জানি,
$W=\Delta AT$

$\Rightarrow W=2[4\pi(r_2^2-r_1^2)]T$

$\Rightarrow W=6.47\times 10^{-3}J$ (উত্তর) [মান বসিয়ে]

দেওয়া আছে,
বর্ধিত ব্যাসার্ধ, $r_2=0.1m$
আদি ব্যাসার্ধ, $r_1=0.01m$
পৃষ্ঠটান, $T=26\times 10^{-3}Nm^{-1}$
কাজ, W=?

প্রশ্ন-৫: **একটি কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ 0.1 mm। একে $60\times 10^{-3}Nm^{-1}$ পৃষ্ঠটান এবং 800 $kgms^{-3}$ ঘনত্বের তেলে ডুবালে কৈশিক নলে কত উচ্চতায় তেল উঠবে। স্পর্শ কোণ 20^0।**

সমাধান:

আমরা জানি,

$$T=\frac{rh\rho g}{2\cos\theta}$$

$$\Rightarrow h=\frac{2T\cos\theta}{r\rho g}$$

$\Rightarrow$ h= 0.1438m (উত্তর) [মান বসিয়ে]

দেওয়া আছে,
$T=60\times 10^{-3}Nm^{-1}$
ঘনত্ব, $\rho=800\ kg\ m^{-3}$
স্পর্শ কোণ, $\theta=20^0$
ব্যাসার্ধ = 0.1 mm = 10^{-4} m
$g=9.8ms^{-2}$
উচ্চতা, h=?

প্রশ্ন-৬: **একটি ধাতব পাতের ক্ষেত্রফল $10^{-2}m^2$। এটি $2\times 10^{-3}m$ পুরু তেলের আস্তরণ এর উপর রাখা আছে। পাতকে $3\times 10^{-2}ms^{-1}$। বেগে গতিশীল করতে কী পরিমাণ অনুভূমিক বল প্রয়োগ করতে হবে? তেলের সান্দ্রতা সহগ, 1.55Ns m^{-2}**

সমাধান:

আমরা জানি,

$$F=\eta A\frac{dv}{dy}$$

$\Rightarrow$ F= 0.2325N (উত্তর) [মান বসিয়ে]

দেওয়া আছে,
সান্দ্রতা সহগ, $\eta=1.55\ Nsm^{-2}$
ক্ষেত্রফল, $A=10^{-2}m^2$
বেগের নতি, $\frac{dv}{dy}=\frac{3\times 10^{-2}}{2\times 10^{-3}}$
F=?

প্রশ্ন-৭: **200mm ব্যাসার্ধের একটি ধাতব গোলক একটি তরলের মধ্য দিয়ে $2.1\times10^{-2}ms^{-1}$ প্রান্ত বেগে পড়ছে। তরলের সান্দ্রতাঙ্ক $0.003kg\ ms^{-1}$ । তরলের সান্দ্র বল নির্ণয় কর।**

সমাধান:

আমরা জানি,

$F = 6\pi r\eta v$

$\Rightarrow$ F= 9.37×10^{-4}N (**উত্তর**) [মান বসিয়ে]

দেওয়া আছে,

ব্যাসার্ধ, r= 200 mm = .2m

বেগ, v= $2.1\times10^{-2}ms^{-1}$

সান্দ্রতাঙ্ক, $\eta = 0.003kg\ ms^{-1}$

সান্দ্র বল, F=?

ম্যাথ প্রাকটিস

১। পানির উপরিতলে রাখা 0.75 cm দীর্ঘ এক খন্ড তারকে টেনে তুলতে 10.9×10^{-2} N বলের প্রয়োজন হয় । পানির পৃষ্ঠটান কত? [**উঃ** 72.66×10^{-3} Nm^{-1}]

২। একটি পানির ফোটার ব্যাস 2×10^{-3}m। একে ভেঙে 10^9 টি সমআয়তনের পানির ক্ষুদ্র ফোঁটা তৈরি করলে কী পরিমাণ শক্তি প্রয়োজন হবে? পানির পৃষ্ঠটান $72\times10^{-3}Nm^{-1}$। [**উঃ** 9.034×10^{-4} J]

৩। 1 cm ব্যাসার্ধের একটি পারদ ফোঁটাকে ভেঙ্গে এক মিলিয়ন সমআয়তন ক্ষুদ্র ফোঁটায় বিভক্ত করা হল। কী পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হবে? পারদের পৃষ্ঠটান $550\times10^{-3}Nm^{-1}$। [**উঃ** 68.39×10^{-3} J]

৪। 10^{-4} m ব্যাসার্ধের একটি পানিবিন্দু 125 টি বিন্দুতে বিভক্ত হলে পৃষ্ঠশক্তি বৃদ্ধি নির্ণয় কর। পানির পৃষ্ঠটান $7.2\times10^{-2}Nm^{-1}$। [**উঃ** 36.17×10^{-9} J]

৫। একটি সাবানের বুদবুদের ব্যাসার্ধ 0.01m হতে বাড়িয়ে 0.04m করা হল। সম্পন্ন কাজের পরিমাণ বের কর। সাবানের পৃষ্ঠটান $26\times10^{-3}Nm^{-1}$। [**উঃ** 9.796×10^{-4} J]

৬। একটি কৈশিক নলের ব্যাস 0.2 mm। একে $72\times10^{-3}Nm^{-1}$ পৃষ্ঠটান এবং 10^3 kg m^{-3} ঘনত্বের পানিতে ডুবালে কৈশিক নলে কত উচ্চতায় পানি উঠবে। [**উঃ** 14.694×10^{-2} m]

৭। 0.4 mm ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক নল $72\times10^{-3}Nm^{-1}$ পৃষ্ঠটান যুক্ত পানির মধ্যে খাড়া ভাবে ডোবানো আছে। নলের ভেতরে পানি কতটা উঠবে? [**উঃ** 3.67×10^{-2} m]

৮। 0.4 mm ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক নল $72\times10^{-3}Nm^{-1}$ পৃষ্ঠটান যুক্ত কোন তরলে 4^0 স্পর্শ কোণে খাড়া ভাবে ডোবালে উক্ত তরল নলের ভেতরে কতটা উঠবে? (তরলের ঘনত্ব = 9.99×10^2 kg m^{-2}) [**উঃ** 0.0367 m]

৯। কোন তরলের ঘনত্ব = 0.8×10^3 kg m^{-3}। তরলটি 2.5 mm ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক নলের ভেতর 3.06×10^{-2} m উত্থিত হলে পৃষ্ঠটান কত? [**উঃ** 30×10^{-2} Nm^{-1}]

১০। একটি কৈশিক নলের ব্যাস 0.04×10^{-4} m। এর এক প্রান্ত পানিতে ডুবালে পানি নলের ভেতরে 0.082 m ওপরে উঠে। পানির তলটান কত? (0^0 স্পর্শ কোণ, পানির ঘনত্ব 1.0×10^3 kg m^{-3}). [**উঃ** 8×10^{-4} Nm^{-1}]